

Abstract: Modelling Efforts of Zipf's Law Interpretation in a Settlement System. The work consists of two articles by Tadeusz Zipser and Magdalena Mlek preceded by common introduction, where the Zipf's law curves characteristics, as well as attempts of linking this regularity to settlement system's features and simulation mechanism employed by the authors were discussed.

In the article: *Zipf's law generated in open system* Zipser presented the results of simulation research, where asymmetrical concentration was arbitrarily introduced to theoretical, regular networks. The simulation was operated on seven types of networks, characterised by central symmetry in several axes. In each network the simulation was conducted with two types of initial loads arrangement: the first type based on initially equal size of each node, and the second took into account asymmetric concentration, where three neighbouring nodes received increased loads.

Simulation results, analogous to the aforementioned ones, but based on natural settlement networks are presented in Mlek's article: *Modelling of settlement concentration and Zipf's law fulfilment*. Two kinds of network – road and train network in each of the eight areas (Austro-Hungarian Monarchy (the end of XIX c.), France, Germany, Great Britain, Italy, Scandinavian Peninsula, Spain, and United States) were applied in the modelling process. The concentration was arbitrarily located either in the capital or in one of other important cities. Considering the common imperfection of natural networks three different methods were used in order to assess the location of the centre of symmetry, *i.e.* to assess the level of asymmetry of the initial load concentrations' positions.

The research focused on tracing changes regarding rank-size curves' parameters and shapes, obtained as a result of simulation aiming at achieving the state of contacts equilibrium of the simulated system; the changes were related to the modifications of the initial loads arrangement. As a result of the theoretical and natural networks analyses, it was observed that inserting the arbitrary concentration into the simulation process makes the rank-size curves more similar to Zipf's law graphs than simulations based on initially equal size of each node. Moreover, natural networks simulations that used asymmetrically located concentration generated better results than modelling based on centrally positioned concentration.

Further, Zipser's article presents the hierarchical network's chain hypothesis based on the assumption that the prior cities' size differentiation, resulted from geographical determinants or accidental historical events, was strengthened constituting the system of preferences for distant contacts. The simulation was applied to the networks defined not by common spatial relations (based on distance), but by hierarchical order not dependent on space. By means of this kind of hierarchical order, the cities rank positions defined the sequence of potential destination penetration.

In the article a range of simulation variants was discussed, based on various modification types of the hierarchical network's chain, multiply initial loads displacements, the system size, the

selectivity parameter value and other, treating them as a possible aberration of 'ideal' model hierarchy. While analysing Zipf's law graphs obtained due to the simulation process a special attention was devoted to an assessment of stability and endurance towards various disruptions in ideal hierarchical order, so as to examine at which point the disturbance of hierarchical structure disrupts the system characteristics consistent with Zipf's law.

The work indicated two ways of investigating the sources of Zipf's law regularity. Both arbitrarily inserted disruption in the simulated systems taking the shape of a significant, asymmetrically located concentration of origin and destination loads, and substitution of spatial nodes accessibility by its hierarchical ordering of special type – resistant of amputations and intrusions, caused the rank-size curves to become similar or nearly identical to the ideal Zipf's law graph. It seems that it is possible to interpret both sources of Zipf's law regularity as compatible based on a defined events sequence or even its mutual intensification.

Key words: Zipf's law, simulation, open system, concentration.

1. Prawo Zipfa w systemach osadniczych –Wprowadzenie

Reguła kolejności i wielkości (*rank-size*), często zwana prawem Zipfa, który próbował zinterpretować prawidłowość wykrytą wcześniej przez Auerbacha (1913) polega na tym, że jeśli w jakimś wyodrębniającym się systemie osadniczym uporządkujemy miasta według wielkości liczby mieszkańców i zaznaczymy na osi poziomej rangę (pozycję według wielkości) miasta, na osi pionowej będziemy oznaczać jego liczbę mieszkańców, to otrzymamy krzywą, która po zamianie obu skal na logarytmiczną zamieni się na linię bardzo zbliżoną do prostej o charakterystycznym nachyleniu, na ogół niewiele odbiegającym od 135° z osią poziomą. W pewnym miejscu, w strefie bardzo małych miast linia ta załamuje się – prawo przestaje działać. Gdyby działało dalej, musiałoby to oznaczać istnienie olbrzymiej liczby małych (nawet kilkusobowych) jednostek osadniczych uważanych za miasta.

Reguła kolejności-wielkości należy do praw skalowania, co w przypadku badań osadniczych oznacza, że opisany przebieg „linii Zipfa” stwierdzono w systemach osadniczych różnej skali, począwszy od świata, kontynentów, przez układy krajowe, aż do obszarów wielkości prowincji, czy województwa (m.in.: Berry 1961; Dobrowolski 1977; Golachowski, Kostrubiec, Zagożdżon 1974; Karsch 1978; Parysek, Wojtasiewicz 1979; Robson 1973; Zipf 1949). Co więcej, zazwyczaj zarówno wykresy dla kraju, jak i jego podsystemów regionalnych spełniają prawo Zipfa, oczywiście z różnymi odchyleniami od postaci idealnej. Ponadto, notuje się wyraźne związki między prawem Zipfa a regułą Clarka opisującą rozkład gęstości zaludnienia w strukturze przestrzennej miast, co dodatkowo uwypukla znaczenie własności „potęgowych” reguły.

Stabilność tej linii, która mimo wielokrotnego wzrostu ludności miejskiej i częstej zamiany miejsc w hierarchii wielkości, przez poszczególne miasta, nie

zmienia nawet i przez dwieście lat swego zasadniczego kształtu, przesuując się tylko równoległe na skali, to dalsza ważna cecha takich układów. Prawo Zipfa jest więc spójne z prawem allometrycznego wzrostu systemów. (Evans 1972) (ryc.1, 2).

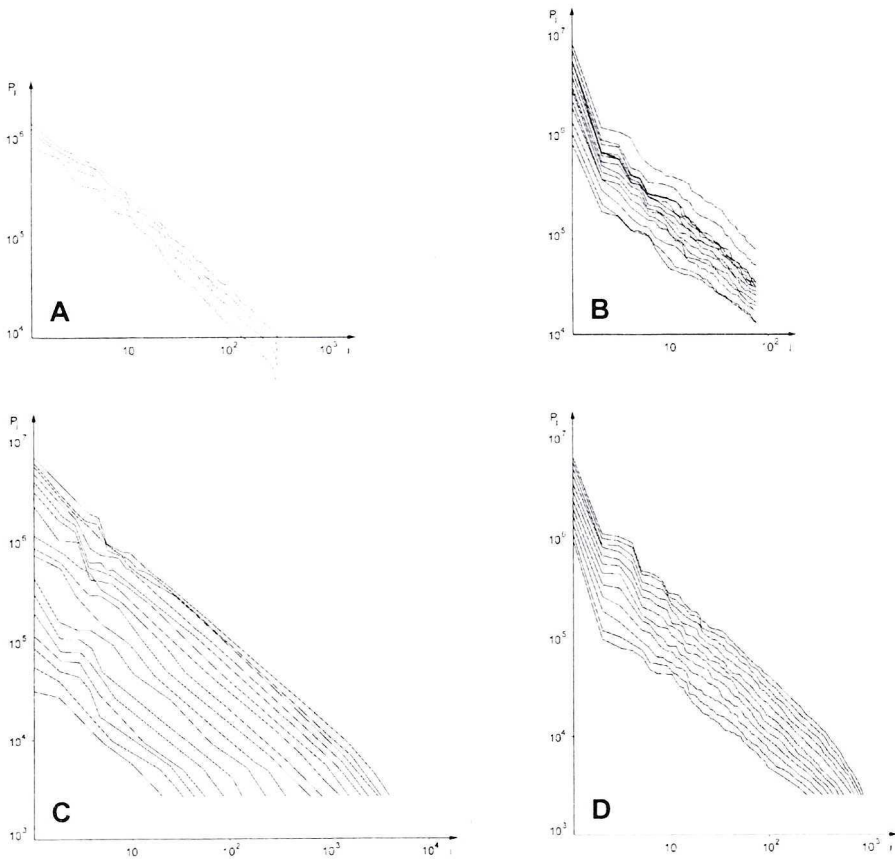
Prawidłowość tę zapisuje się następująco:

$$P_j = P_1 \cdot j^{-a}$$

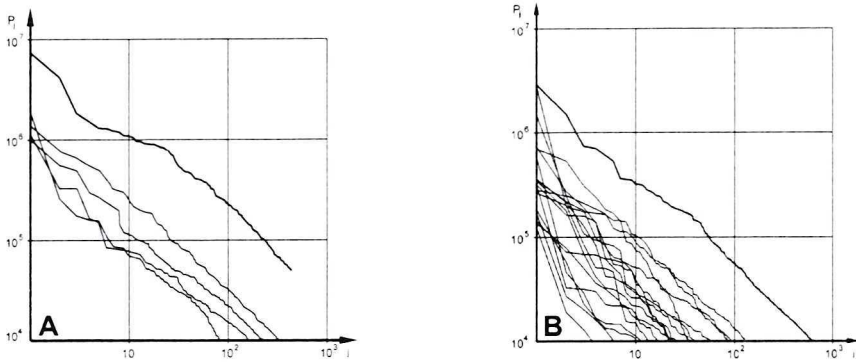
gdzie:

P_1 – liczba mieszkańców w mieście największym,

P_j – liczba mieszkańców miasta zajmującego j -tą pozycję w kolejności według malejącej liczby mieszkańców.



Ryc. 1. Wykresy kolejności-wielkości: (A) dla zbioru miast Polski w latach 1950, 1960, 1970 i 1975 (Zagożdżon 1979); (B) dla zbioru miast Francji w latach 1831-1982 (Guerin-Pace 1990 za: Haag, Max 1995); (C) dla zbioru miast Stanów Zjednoczonych Ameryki w latach 1790-1950 i (D) dla zbioru miast Anglii i Walii w latach 1801-1911 (Robson 1973)



Ryc. 2. Wykresy kolejności-wielkości: (A) dla zbiorów miast Związku Radzieckiego, Polski, NRD, Czechosłowacji i Węgier (kolejno od góry ryciny) w latach 70. XX w. (Zagożdżon 1979) oraz (B) dla Hiszpanii i regionalnych podzbiorów miast hiszpańskich w 1998 r. (wielkości miast według narodowych źródeł statystycznych za 1998 r.)

Parametr a , od którego zależy nachylenie prostej na wykresie w skali logarytmicznej, bywa nazywany wykładnikiem kontrastów.

Jeżeli wykładnik kontrastu równy jest jedności, to prawidłowość zamienia się w prostą regułę związaną z szeregiem harmonicznym:

$$P_j = \frac{P_1}{j}.$$

Wtedy prosta przecina się z osią rang pod kątem 135° .

Opisana prawidłowość, choć zdarza się bardzo często, nie występuje jednak zawsze. Zjawiskiem naruszającym porządek reguły kolejności-wielkości jest tzw. dominacja przodującego miasta, kiedy jedno miasto (czasami dwa, rzadziej więcej), stojąc na czele ciągu, przewyższa tak znacznie miasta następne w kolejności, że wykres w charakterystyczny sposób ulega „zaostrzeniu” u swego początku. Sytuacja ta może powstawać w sieciach osadniczych, w których największe miasto pełni funkcje oddziałujące poza analizowany układ. Rozmiar największego ośrodka jest wówczas nieproporcjonalny do potrzeb samego obszaru, odpowiada jednak jego regionalnym i ponadregionalnym powiązaniom. Jak zauważa Domański (1995), obecność miast dominujących (*primate cities*) jest charakterystyczną cechą urbanizacji krajów rozwijających się. Inną przyczyną nadmiernego rozmiaru pierwszego miasta w systemie osadniczym kraju może być szczególnie struktura podsystemu kontaktów nieaktualnych, ale istotnych w przeszłości, między miastami obszaru, taka jak w układach osadniczych Austrii, Czech i Węgier (Wiedeń, Praga i Budapeszt), powstałych po rozpadzie struktury hierarchicznej monarchii Austro-Węgierskiej.

Inny rodzaj obserwowanych niezgodności z regułą to skokowe spłaszczenia rzeczywistych wykresów w pewnych miejscach, kiedy kilka miast ma

podobną wielkość. W przypadku kilku pierwszych miast nieregularności tego typu są bardzo wyraźne ze względu na skalę logarytmiczną osi rang. Kolejnym typem niezgodności z prostoliniowym wykresem jest wygięcie krzywej. Wyróżnia się trzy podstawowe klasy odchyień: łukowate wygięcia ponad lub pod prostą idealną oraz wygięcia „esowate”, uznawane za kombinację dwóch poprzednich (Karsch 1978).

Obserwacje krzywych prawa Zipfa w różnych przekrojach przestrzennych i historycznych uwiarydociły niedoskonałości stosowanych metod badań. Według Dziewońskiego (1972) czasem kłopotliwe jest nawet samo wyodrębnienie systemu osadniczego. Analizowane układy przestrzenne muszą stanowić spójne całości o charakterze systemowym, a błędna delimitacja granic obszaru może w znaczny sposób zakłócić przebieg krzywej¹. Kolejnym źródłem problemów może się stać określenie elementów badanego zbioru, ich liczby i jakości. Dotyczy to w szczególności badań porównawczych, gdyż zestawiane elementy, np. wielkości miast nie zawsze są jednorodnie definiowane. Przyczyną nieścisłości może być również metoda opisu uzyskiwanych wykresów, w tym obliczania wartości parametrów prostych aproksymujących.

Jakkolwiek wielu autorów poświęcających swą uwagę tej regularności woli nazywać ją regułą kolejności-wielkości (*rank-size rule*, *Rankgößen-Regel*), to jednak w prezentowanej pracy będziemy używać krótszego określenia: prawo Zipfa, choćby dlatego, że to właśnie Zipf poświęcił temu najwcześniejszą publikację poszukującą wyjaśnienia faktów (1949), przy czym zakładał związek tej reguły z zasadą najmniejszego wysiłku, która leży również u podstaw modelu pośrednich możliwości. Ten zaś stanowi w niniejszej próbie modelowania główne narzędzie. W określonym przez siebie prawie Zipf widział efekt jednoczesnego działania przeciwstawnych sił:

- różnicującej, która dąży do utrzymania małych rozproszonych osiedli w miejscach występowania surowca i
- jednoczącej, która pragnie skupić ludność w miejscach konsumpcji.

Interpretacja ta nie pokazuje jednak operacyjnie mechanizmu, który prowadziłby rzeczywiście do takiego rozkładu.

Zagadnienie interpretacji reguły kolejności-wielkości wzbudza dużo zainteresowania, dlatego że łączy się z problemem: czy i w jakim stopniu dzisiejsza struktura całego systemu osadniczego jest zdominowana przez zasadę powiązań miasta z jego regionem (system regionalny), czy też przez układ powiązań między wyspecjalizowanymi i kooperującymi ze sobą miastami (system miast). Jak widać, pierwsza ewentualność wysuwa na plan pierwszy funkcje

¹ Wykazało to m.in. ciekawe badanie polegające na obserwacji wykresów prawa Zipfa zestawianych według wielkości miast położonych w kolejnych strefach koncentrycznych względem Warszawy. Wraz ze wzrostem powierzchni stref wykresy zyskiwały na regularności, jednak krzywe najbliższe oczekiwanym otrzymywano w strefach obejmujących niemal cały kraj (Jokiel, Kostrubiec 1976).

centralne miasta, druga akcentuje ważność funkcji egzogenicznych, a te dwa pojęcia, choć zbliżone, nie pokrywają się ze sobą.

2. Niejasne źródła regularności

Prawem Zipfa od dawna zajmowali się badacze zainteresowani mechanizmami kształtującymi stabilne konfiguracje wielkości. Pojawiając się w różnych dziedzinach, szczególnie ważne miejsce zajmuje w rozpoznawaniu zjawisk z zakresu geografii osadnictwa, skąd zresztą czerpie się najczęściej jego przykłady.

Fizyk, laureat Nagrody Nobla i odkrywca kwarków – Gell-Mann tak pisze w swojej książce *Kwark i jaguar* (1994): „We wczesnych latach trzydziestych wiele takich zależności zauważył niejaki George Kingsley Zipf, nauczyciel niemieckiego z Harvardu; podane przykłady to poszczególne przypadki prawa Zipfa. Obecnie powiedzielibyśmy, że prawo Zipfa to jedno z wielu tak zwanych praw skalowania, czy też praw potęgowych, jakie często pojawiają się w naukach fizycznych, biologicznych i behawioralnych. Jednak w latach trzydziestych prawa takie były pewną nowinką.

W prawie Zipfa badana wielkość jest odwrotnie proporcjonalna do rzędu, to znaczy proporcjonalna do $1, 1/2, 1/3, 1/4$ etc. Benoit Mandelbrot wykazał, że bardziej ogólne prawo potęgowe (niemal najbardziej ogólne) można otrzymać wprowadzając do tego ciągu dwie zmiany. Pierwsza zmiana polega na dodaniu stałej do rzędu, tak że otrzymujemy ciąg $1/(1 + \text{const}), 1/(2 + \text{const}), 1/(3 + \text{const})$ etc. Druga zmiana polega na dopuszczeniu zamiast tych ułamków ich kwadratów, sześcianów, pierwiastków kwadratowych lub dowolnych innych potęg. (...)

Podane przez Mandelbrota uogólnienie prawa Zipfa jest wciąż bardzo proste: dodatkowa złożoność sprowadza się do wprowadzenia dwóch stałych, których wartość można dobrać: to liczby, które dodajemy do rzędu i wykładnika. (Nawiasem mówiąc, takie stałe nazywamy parametrami. Zmodyfikowane prawo potęgowe ma dwa parametry.) W każdym konkretnym przypadku, zamiast porównywać dane z prawem Zipfa w pierwotnej postaci, możemy porównać je z uogólnionym prawem i tak dobrać wartości parametrów, aby uzyskać najlepszą zgodność z danymi”.

Jeszcze ciekawsze i ważniejsze są dalsze stwierdzenia z *Kwarka i jaguara*: „Nie potrafimy wyjaśnić, dlaczego obowiązuje prawo Zipfa, podobnie jak wiele innych praw skalowania. Benoit Mandelbrot, który wniósł naprawdę poważny wkład do zbadania takich praw (a zwłaszcza ich związków z fraktalami) szczerze przyznaje, że pierwsze sukcesy w swej karierze odniósł dlatego, że raczej starał się odkryć takie prawa niż wyjaśnić ich istotę (w swej książce *The Fractal Geometry of Nature* pisze on o swej skłonności do podkreślania raczej skutków niż przyczyn). Mandelbrot zwraca jednak uwagę, że w pewnych dziedzinach, zwłaszcza w naukach fizycznych, udało się znaleźć całkiem przekonujące wyjaśnienie tych praw. (...)

W ciągu ostatnich lat nastąpił znaczny postęp na drodze zrozumienia pewnych praw potęgowych. Jeden z kierunków badań opiera się na pojęciu tak zwanej samoorga-

nizującej się krytyczności, wprowadzonym przez duńskiego fizyka teoretyka Per Baka przy współpracy z Chao Tangiem i Kurtem Wiesenfeldem. (...)

Ponieważ wykazano, że prawa potęgowe pojawiają się w przypadkach samoorganizującej się krytyczności, określenie to stało się popularne i często wiąże się je z pojęciem własności emergentnych. Uczeni, w tym wielu członków rodziny Instytutu Santa Fe, usilnie starają się zrozumieć, jak powstają takie struktury bez żadnych specjalnych warunków narzuconych przez czynniki zewnętrzne. W zdumiewająco wielu przypadkach złożone struktury lub zachowania występują w układach działających zgodnie z bardzo prostymi regułami. Mówimy, że takie układy mają emergentne własności i są zdolne do samoorganizacji. Największym przykładem takiego układu jest sam wszechświat, którego ogromna złożoność wynika z bardzo prostych praw i czynników losowych.

W bardzo wielu przypadkach to nowoczesne komputery ułatwiły badanie emergentnych struktur. Często łatwiej jest śledzić pojawienie się nowych własności za pomocą komputera niż wypisując równania na papierze".

W nawiązaniu do wyżej zacytowanych stwierdzeń Gell-Manna w prezentowanej pracy relacjonuje się próby podjęte przez Zipsera w celu sprawdzenia jego własnej hipotezy o mechanizmie kształtowania się hierarchicznego układu w zbiorze miast. Sprawdzenie to odbywa się właśnie za pomocą symulacji komputerowej. Jest to kontynuacja dawnych, (1979-1980) pilotażowych modeli wykonanych przy okazji konstruowania prognoz krajowego systemu osadniczego.

Chodziło wówczas głównie o rozpoznanie mechanizmów zawiązywania się koncentracji ludności nierolniczej – a więc miejskiej – na podstawie założenia, skądinąd dobrze potwierdzonego w niezależnych źródłach (np. Chapin, Weiss 1968), że podstawową relacją odpowiedzialną za tworzenie się takich koncentracji jest kontakt dom – miejsce zatrudnienia jako podstawowy fakt umożliwiający egzystencję materialną mieszkańca miasta i jego rodziny. Ten typ kontaktu dobrze odtwarza model „pośrednich możliwości” (*intervening opportunities*) w uogólnionej przez autora interpretacji (Zipser 1972, 1976, 1990).

Szeroki zakres stosowania prawa Zipfa powoduje to, że związana z nim literatura ma dość różny charakter, od ściśle statystycznych naświetleń i poszukiwań związku ze statystykami Bosego-Einsteina po bardzo opisowe i jakościowe komentarze.

W prezentowanym opracowaniu będzie omówiona tylko ta część piśmiennictwa, która koncentruje się na próbach interpretacji tego prawa w kategoriach procesów urbanizacji i regionalnych związków funkcjonalnych w systemie osadniczym, aby na ich tle i w pewnym sensie w konfrontacji z nimi przedstawić następnie próbę własnej nowej interpretacji. W żadnym przypadku nie oznacza to jednak negocjowania związków przedmiotu tej próby z szerszą (i bardziej teoretyczną) problematyką tutaj nie omówioną. Sięgnięcie do niej będzie konieczne, a zarazem bardziej celowe w dalszym etapie prezentowanych badań.

3. Próby powiązania prawa Zipfa z cechami systemu osadniczego

Specjalną grupę stanowią prace, które jako główny lub uboczny temat stawiają sprawę relacji między prawem Zipfa a modelem miejsc centralnych Christallera. Model Christallera odnosi się do struktur osadniczych zawiązanych już w Średniowieczu, a jak się wydaje również w pewnych szczególnych warunkach gęstości zaludnienia i topograficznego ukształtowania (braku poważnych barier naturalnych), sprowadza to sprawę wspomnianej relacji także na płaszczyznę historyczną.

Okres planowej, spokojnej i systematycznej urbanizacji, jaką były objęte tereny środkowej Europy w okresie dojrzałego i późnego Średniowiecza, sprzyjał takiemu właśnie sposobowi organizacji przestrzennej sieci osadniczej. Zasady tej organizacji odkrył i opisał Christaller (1933), wyodrębniając tzw. dobra centralne, tworzone w zajmujących niewielki obszar jednostkach, natomiast wywierających wpływ na znacznie większe otoczenie zainteresowane tymi dobrami.

Parr (1980) omawia rozkłady frekwencyjne ośrodków poszczególnych stopni hierarchicznych na przykładzie południowoniemieckiej sieci osadniczej, dochodząc do wniosku, że klasyczny model Christallera musi być zmodyfikowany w sensie różnej, a zależnej od rangi ośrodka, liczby ośrodków niższej rangi wypełniającej obszar zasięgu (współczynnik K) podając różne interpretacje tej konieczności. Wyodrębnia on również trzy typy zmian w układzie hierarchicznym, które mogą tłumaczyć pewne właściwości rozkładu jako efekt dynamiki procesu przekształceń konsumpcji. Praca pokazuje więc, jak można próbować godzić pierwotną ideę Christallera z obserwowaniem różnych „stromizn” w hierarchii.

Również Güsselfeldt (1980) podkreśla trudności w pogodzeniu modelu Christallera z obserwacjami w wielu obszarach, gdzie tego próbowano. Przywołuje opinię Löscha o zgodności rozkładu wielkości miast do rozkładu Pareto, zwracając uwagę na to, że teoria Christallera musi pozwalać na wyprowadzenie stałego rozkładu. Według teorii Christallera wraz ze wzrostem liczby ośrodków musi rosnąć szerokość schodkowych stopni w rozkładzie, podczas gdy wzrost liczby obserwacji w rozkładach statystycznych powinien prowadzić odwrotnie – do zbieżności rozmiarów stopni do zera. Wyklucza to sensowność formalnego wybiegu, który proponował Parr, aby aproksymować zatartą strukturę schodkową środkowymi wartościami klas wielkości. Güsselfeldt cytuje również ostateczną i najważniejszą krytykę teorii miejsc centralnych Christallera, która według Lindego polega na tym, że zasięg przestrzenny określonego dobra (konsumpcyjnego) należy zastąpić atrakcyjnością oferty.

Postępując dalej Güsselfeldt podkreśla jednak, że informacja o ofercie zachowuje się „dyfuzyjnie”, a więc też jest pod wpływem odległości. Poddaje hipotezę Lindego próbie eksperymentu za pomocą modelu symulacyjnego przy kilku ope-

racjach randomizujących, nałożonych na założenia o zachowaniu się konsumentów wyprowadzone z danych statystycznych. Otrzymuje jednak kilka rozkładów wielkości miast charakteryzujących się albo wyraźnie schodkowym kształtem, który daleko odbiega od teoretycznych linii, a zwłaszcza nachylonych pod kątem 135° do osi rang, albo zbliża się zaledwie do ciągłej linii o zbyt płaskim nachyleniu. Znaczną zbieżność z rozkładem Pareto (a więc równoznacznym z rozkładem prawa Zipfa) uzyskuje się następnie w wyniku aż trzech operacji stwarzających dość złożone postępowanie. W konkluzji Güsselfeldt uważa, że uzyskany związek między teorią Christallera a empirycznym obrazem nie oznacza osiągnięcia teoretycznego wyjaśnienia, a dokładna natura tej zasady (czyli prawa Auerbacha-Zipfa) pozostaje niejasna. Podobnie jak Gell-Mann, o rozkładzie kolejności-wielkości wyraził się Richardson (1973): „*mimo przeprowadzonych badań nie ma nadającej się w pełni do zaakceptowania teorii i problem pozostaje tajemnicą*”. Wątpi on, aby zjawisko regularności w rozkładzie wielkości miast można było przypisać jednej przyczynie, a wybór jednego modelu mógłby być uzasadniony, jeśli ten koncentrowałby się na kluczowych zjawiskach. Przy tym sądzi, że zarówno przypadkowe, jak i systematyczne czynniki powinny być brane pod uwagę, a wśród tych ostatnich najważniejsze wydają się być ekonomiczne.

Karsch (1978) badał dane dotyczące ludności miast w monarchii austro-węgierskiej od 1869 r. po sytuację w Austrii w 1971 r., stawiając m.in. pytanie (odpowiednie do charakteru tego państwa i zaszytych zmian), jak zachowuje się system osadniczy zakłócany od zewnątrz. Stara się więc znaleźć warunki umożliwiające zachowanie proporcjonalności odpowiedniej do zasady kolejności-wielkości, jak i takie, które mogą być odpowiedzialne za odchylenia od niej. Akcentuje przy tym wagę „teoretycznej zrozumiałości” tej regularności sądząc, że może ona mieć rolę normatywną. Za Olssonem i Chapmanem uważa, że zasada kolejności-wielkości daje się wyprowadzić z założeń probabilistycznych jako odpowiadająca stanowi stacjonarnej równowagi, tym samym maksymalnej entropii. Karsch wskazuje dalej, że starania, aby powiązać prawo Zipfa z teorią miejsc centralnych (Christallera) nie przyniosły oczekiwanych rezultatów. Związek ten może być tylko w sensie negatywnym zdefiniowany: to właśnie odchylenia od prawa Zipfa mogą być wyjaśnione przez funkcjonalne relacje „systemu miejsc centralnych”.

W pracy Karscha (1978), wspomnianej wyżej, autor zakładał, że odchylenia od prawa Zipfa mogą być wywołane albo czynnikami endogenicznie autokorelatywnymi albo egzogenicznie-deterministycznymi. Cytuje on Ijiri i Simona (1974), Vininga (1976) i Parra (1976), którzy wypukłość wykresu (w skali podwójnie logarytmicznej) łączyli z pozytywną autokorelacją stóp wzrostu jednostek osadniczych lub z negatywną korelacją między ich wzrostem a wiekiem. Odchylenie wklęsłe ma być natomiast rezultatem długiej autokorelacji stóp wzrostu (według Vininga). Jeszcze inna hipoteza postawiona przez Böventera (1973) uznawała, że esowate wygięcie (odchylenie od prostej) wykresu to wza-

jemne stałe wyrównywanie wypukłych i wklęsłych odchyłeń. Czynniki egzogeniczno-deterministyczne mogłyby natomiast polegać na różnicach lokalnych w kosztach terenu lub transportu, ale przede wszystkim w instytucjonalnych sytuacjach wyjściowych, w tym w historycznych rozdziałach, które tylko sztucznie zostały zniwelowane tworząc zlepek ułamków. Szczególne znaczenie ma w tej materii wczesna próba Berry'ego (1961) wyjaśnienia odchyłeń jako odzwierciedlenia stadium niedorozwoju gospodarczego w przeciwieństwie do regularnego rozkładu wielkości, który w formie reguły kolejności-wielkości wskazuje na pełną dojrzałość gospodarczą. Tylko rozwinięta część wykazuje zgodność z rozkładem typu Zipfa. Rzecz jasna, tego rodzaju interpretacja, jeśli jest prawdziwa, ma doniosłe znaczenie dla gospodarki przestrzennej.

W stosunku do obserwowanych odchyłeń, które tworzą wypukłość lub wklęsłość linii wykresu, Karsch przytacza, jak wspomniano, dwie hipotezy:

- endogenicznych czynników autokorelacji, jak np. ujemna korelacja między stopą wzrostu a wiekiem;
- egzogeniczno-deterministycznych czynników, kiedy to większe systemy są złożone z niegdyś niezależnych systemów lub ich części w procesie historycznego scalania.

Procesem, który według Karscha mógłby generować rozkład kolejności-wielkości, jest proces Markowa, który wykorzystany dla celów modelowania i prognozowania wymaga znajomości lub oszacowania macierzy prawdopodobieństw przejścia. Problemem ogólnej natury jest to, że zjawisko kształtowania się specyficznego rozkładu kolejności-wielkości wiąże się ze wzrostem systemu, w szczególności ze wzrostem allometrycznym. Jeżeli wzrost ogólny nie zachodzi, natomiast występują zmiany wielkości poszczególnych miast wówczas ten sposób traktowania i rozumienia przyczyn staje się nieaktualny.

Trzeba podkreślić, że jak wykazał Champernowne (1953), rozkład Pareto daje się wyprowadzić z łańcucha Markowa. Wymaga to stałych parametrów procesu: macierz prawdopodobieństw przejścia od stanu do stanu jest niezmienna i oczywiście prawdopodobieństwa są niezależne od dokonanych wcześniej przejść (kroków). Po wielu krokach (a więc po dłuższym czasie) model osiąga stan stacjonarny (ergodyczny), ale aby osiągnąć taki stan (przy odpowiednich prawdopodobieństwach przejścia) w formie prawa Zipfa powinien to być, według Fano (1969), markowowski proces pochłaniający.

Karsch sformułował na tej podstawie trzy cele badawcze:

- sprawdzenie, czy na podstawie danych empirycznych daje się zbudować proces markowowski;
- kiedy i po jakim czasie taki proces wykaże tendencje stacjonarne;
- czy empiryczne dane wskazują na to, że rozkład wielkości jednostek osadniczych zmienia się w kierunku kolejności-wielkości (prawo Zipfa).

Temu trzeciemu zadaniu poświęcił badania w pierwszej kolejności dochodząc do następujących rezultatów w odniesieniu do systemu osadniczego Austrii.

W latach 1869-1910 zauważa się postępujące zbliżanie się rzeczywistego rozkładu do modelowego, po czym, zwłaszcza po pierwszej wojnie światowej zaznacza się tendencja odwrotna, łatwa zresztą do wytłumaczenia ze względu na rozpad monarchii. Najciekawszym stwierdzeniem i najbardziej związanym z przedstawioną w prezentowanej pracy hipotezą łańcucha sieci hierarchicznej jest to, że budując prostą regresję, zestawiając logarytm rangi z logarytmem liczby mieszkańców oraz z logarytmem wskaźnika gospodarczego² otrzymuje się wyraźną korelację dla tej drugiej pary, gdy bierze się pod uwagę główne miasta szesnastu aglomeracji miejskich. Stwierdza się przy tym bardziej strome nachylenie wskazujące na to, że koncentracja aktywności (i efektywności) gospodarczej jest większa, niż koncentracja samej ludności. Pozwala to przypuszczać, że to właśnie cechy funkcjonowania systemu gospodarczego wywierają najsilniejszy wpływ na tak powszechne, kształtowanie się relacji wielkościowych w systemie osadniczym kraju.

Jedno z najbardziej kompletnych omówień reguły kolejności-wielkości można znaleźć w książce Robsona (1973) w rozdz. 2: *City systems and size distribution*. Autor zwraca w nim uwagę na powszechnie podkreślany związek między koncepcją systemu miast a prawem Zipfa, wyrażając się bardzo krytycznie nie tylko o definicji miasta, ale i systemu miast.

Odnosi się również ze sceptycyzmem do usiłowań wiązania teorii miejsc centralnych z regularnością kolejności-wielkości, a w zasadzie niejako przy okazji, nawet do ogólnie akceptowanego i stosowanego powszechnie modelu Wilsona (1970) maksymalizującego entropię w układzie kontaktów.

Robson stwierdza, że można zauważyć trzy główne typy wyjaśnień rozkładu wielkości miast. Pierwszy to koncepcje wyprowadzane z teorii miejsc centralnych, gdzie zasadniczą trudnością jest brak dynamicznego aspektu tej teorii oraz oczywista niezgodność ciągłego charakteru empirycznych rozkładów z wyraźnymi stopniami hierarchicznymi w starannie wyważonej geometrii teoretycznych siatek. Szuka się więc wytłumaczenia w rozmyciu stopni wynikającym np. ze zróżnicowanej przestrzennej gęstości zaludnienia modyfikującej liczbowe wartości progów hierarchicznych, jak u Berry'ego (1967).

Drugi typ poszukuje wytłumaczenia w różnych mechanizmach maksymalizujących entropię. Na szczególną uwagę zasługuje wyprowadzenie, przez Mandelbrota *et al.* (1957), frekwencji wyrazów, co dotyczy innej dziedziny, gdzie prawo Zipfa (Estoupa-Zipfa) przejawia się bardzo wyraźnie oraz koncepcja Curry'ego (1964) odwołująca się do rozkładu wykładniczego ujemnego jako maksymalizującego entropię przy zadanej średniej (i braku ograniczenia wielkości dodatnich).

² Wskaźnik gospodarczy zdefiniowano jako $\log(\sqrt[m]{m \cdot pnb})$, gdzie m oznacza liczbę mieszkańców, pnb oznacza produkt narodowy brutto.

W tym typie lokuje się również próba Evansa (1972) liniowego wiązania wielkości miasta z liczbą firm tworzących „koalicje” o optymalnych rozmiarach. Wreszcie mamy tu próby oparcia się na prawie allometrycznego wzrostu charakteryzującego organizmy żywe, przy czym istotnym i zresztą niezaprzeczalnie realnym argumentem jest trwałość, a zarazem „równoległe przesuwały się” kształt wykresów kolejności-wielkości dla wielu krajów w obrębie długiego okresu (100-150 lat).

W ramach trzeciego typu interpretacji stosuje się różne założenia co do rodzaju rozkładów częstości w procesach wzrostu oraz co do zależności wzrostu od poprzedzających lub istniejących wielkości zaludnienia w poszczególnych miastach lub grupach miast. Tu również wpisują się próby Berry'ego (1961) różnicowania wzorców wzrostu według poziomu cywilizacyjnego krajów. Szczególnie godne uwagi, w podobnym nurcie rozważań, jest podejście Warda (1963), który formułuje procesy wzrostu miast w kategoriach ogólnej migracji (pozostanie w mieście to decyzja o migracji na odległość zerową), akcentując zależność wzrostu, zarówno od strony przedsiębiorców, jak i migrantów składających się na ten wzrost, od liczby sposobności (*opportunities*), które mają swą dolną progową wartość.

Robson ogólnie podważa racjonalność tych interpretacji, które odwołują się do zasad optymalizacji i maksymalizacji, gdyż nie widzi sposobu, jak miałyby się one przekładać na warunki w rzeczywistym biegu wypadków. Skoro bowiem samo definiowanie miasta napotyka na tak znaczne trudności, to jeśli niełatwo jest nawet wyodrębnić obiekt z otoczenia, to o ile trudniej przyjąć, że ten obiekt „działa”, aby osiągnąć określone cele.

Najważniejszą konkluzją pracy Robsona wydaje się ukazanie przez niego, że wbrew pozorom studia nad procesami wzrostu miast są (były w początku lat 70.) słabo rozwinięte. Niejako ich kosztem rozwijały się dociekania na temat niepewnej egzystencji systemu miast.

Robson bardzo trafnie wskazuje na to, że w obrębie zbioru miast (zazwyczaj krajowego) występują jednak znaczne przesunięcia pozycji rangowej. Prawdopodobieństwo ich wystąpienia w różnych miejscach rozkładu nie jest jednakowe.

Wyczuwa się, że Robson widzi w śledzeniu tych jednostkowych, nieraz bardzo szybkich, przesunięć w hierarchii (mierzonej liczbą mieszkańców) alternatywę dla jakby jałowych nieraz badań całości układu. Jednak trzeba wyraźnie podkreślić, że właśnie i przede wszystkim to, że w układzie zachowującym przez dziesiątki lat ten sam charakter rozkładu kolejności-wielkości, a więc kształt linii oraz jej nachylenie (w skali podwójnie logarytmicznej) zachodzą wewnątrz znaczne zmiany rang poszczególnych składników, dodaje znaczenia mechanizmom regulującym. Także to, że przesunięcia te są nieregularne – wydają się być przypadkowe i niezależne od osiągniętej już rangi zdaje się wskazywać na to, że istnieją mechanizmy, które opierają się „wytrąceniu” zbioru z ogólnej prawidłowości typu prawa Zipfa. Innymi słowy, doprowadzają szybko

zakłócony układ „do normy”. Obserwacja ta powinna kierunkować ewentualne poszukiwania interpretacji dotyczącej mechanizmu nie tylko generowania, ale i podtrzymywania regularności, eliminując zwłaszcza koncepcje, których idea łączy się z „łagodnym” procesem kontynuacji zróżnicowań wielkości.

Mulligan (1984) dokonując przeglądu nowszych podejść do teorii miejsc centralnych, ustosunkowuje się również do prób modelowania układów dążących do rozkładu kolejności-wielkości. Są to próby White’a (1978) oraz Allena i Sangliera (1979, 1981), w których operuje się dość złożonymi i czułymi kombinacjami czynników. W pierwszym przypadku dwusektorowego układu działającego pod wpływem odległości oraz stopnia centralności, co jednak nie pozwala do końca uporać się z wypukłością i krzywoliniowością rozkładu. W drugim przypadku procesy demograficzne kojarzy się z potencjalnym zatrudnieniem w trakcie trój etapowego postępowania:

- oceny zapotrzebowania na daną funkcję pod wpływem względnej atrakcyjności miejsca;
- rozłożenia otaczającej je ludności i ceny (*delivered price*) wprowadzenia funkcji, następnie przełożenia produkcji danej funkcji na zatrudnienie;
- określenia reakcji przedsiębiorcy w zakresie zatrudnienia na zmiany rynku.

Symulacje te dotyczą regularnej sieci trójkątnej i równomiernego rozłożenia ludności na starcie. Wprowadzenie kolejnych 3 stopni funkcji (stopień 2. jest nakładany przypadkowo na równomierny rozkład stopnia 1., a stopień 3. – choć lokowany przypadkowo – może spełnić warunki progowe tylko w miejscu, gdzie jest już stopień 2.) prowadzi do rozkładu upodabniającego się do prawa Zipfa, ale z pewną tendencją do przodownictwa (dominacji największego centrum).

Mulligan (1984) podkreśla więc, że niespodziewanie wiele teoretycznych zagadnień pozostaje nierozwiązanych na poziomie badań nad firmami. Na poziomie badań osadniczych powinno się natomiast osłabić nacisk na hierarchię funkcjonalną christallerowskiego typu i uznać, że inne systemy hierarchiczne mogłyby udoskonalić przedstawianie rzeczywistości. Na poziomie całego systemu miejsc centralnych powinno się położyć akcent na dynamice zmian.

Niedawno ukazała się praca (Jones, Lewis 1990), w której wyraźnie zaakcentowano cztery podstawowe własności hierarchicznego rozkładu kolejności-wielkości związane z ogólną liczbą całej ludności miejskiej w układzie, z procentowym udziałem pierwszego, największego miasta w całości zaludnienia miejskiego malejącego wraz ze wzrostem tego zaludnienia, z uzależnieniem liczby miast w zbiorze od wielkości dolnego progu liczby mieszkańców wystarczającej do zaistnienia miasta oraz z nachyleniem linii wykresu (logarytmicznego). Podkreśla się przy tym konieczność rozważania wszystkich tych aspektów jednocześnie, gdyż są one wzajemnie uzależnione.

Do konkretnych prób generowania rozkładu odnosi się również, niedawno opublikowana, praca (Haag, Max 1995) relacjonująca próby symulacyjnego

sprawdzenia hipotez odnoszących się do działania „parametru aglomeracji” określanego przez autorów jako parametr synergiczny, który osiągnąwszy pewien krytyczny poziom wzbudza proces samoorganizacji układu dający w efekcie uporządkowanie hierarchiczne. Stwierdza się przy tym, że odległość (między elementami układu w przestrzeni) odgrywa ważną rolę w dynamicznym rangowaniu, ale w dłuższym przebiegu nie wpływa na sam rozkład kolejności-wielkości.

Symulacja prowadzona w układzie 78 miast wychodząca z sytuacji początkowej równomiernego rozkładu ich wielkości dawała w przypadku pierwszej hipotezy, po pewnej liczbie iteracji, rozkład podobny do rozkładu Pareto, ale tylko jako stan przejściowy, po czym przybierał on kształt „dwupiętrowego” układu „półek”. Górną „półkę” stanowiły trzy dominujące miasta. Hipoteza zakładała pewną „optymalną” wielkość miasta maksymalizującą atrakcyjność osadniczą.

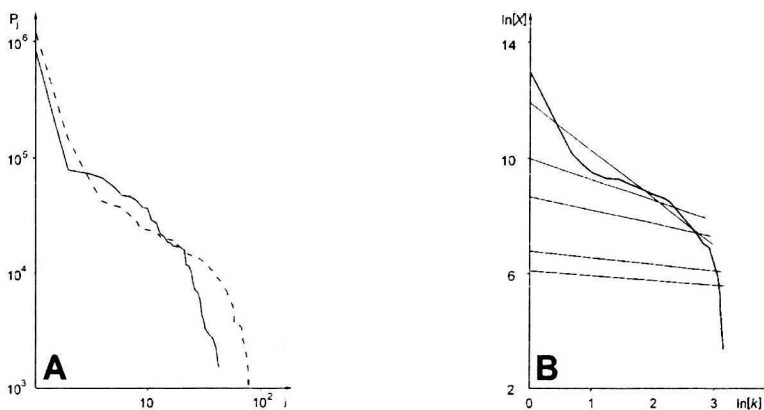
Druga hipoteza prowadziła do trwałego zbliżenia się wielkości miast do rozkładu Pareto, jakkolwiek nachylenie prostej (w podwójnie logarytmicznej skali) było do końca niewielkie. W tej hipotezie atrakcyjność była logarytmiczną funkcją wielkości miasta.

Trzeba dodać, że symulacja była interpretowana w konkretnym tempie zmian, tj. określała czas, jaki musi upłynąć między nimi. W ramach pierwszej hipotezy trzeba by *nota bene* czekać ok. 300 lat na przełamanie równomiernego rozkładu, a ten przejściowy etap Pareto trwałby zaledwie ok. 40 lat. Znacznie szybciej przebiegałby proces według hipotezy drugiej, rozpoczynając się natychmiast i po ok. 100-200 latach doprowadzając do postaci rozkładu Pareto.

Modelowanie to było oparte na konkretnym przykładzie Francji z jej 78 miastami powyżej 50 000 mieszkańców (w 1962 r.) i parametrach trendów zaczerpniętych ze statystyk rzeczywistych zjawisk migracyjnych w długim okresie.

Na koniec przeglądu warto jeszcze raz zauważyć, że pewną część, bardzo zresztą istotną, literatury dotyczącej prawa Zipfa stanowią prace czysto matematyczne. Nie są one jednak przytaczane, gdyż w prezentowanym opracowaniu uwaga jest skierowana wprost na próby interpretacji procesu zawiązywania się odpowiednich koncentracji w skali osadniczej. W warunkach fizycznych zauważa się również obecność tego prawa, m.in. w zakresie przestrzennych rozmiarów skupień metalu w inżynierii materiałowej. Warto przy tej okazji zwrócić uwagę na to, że także etapy przejściowe w tych eksperymentach są podobne do niektórych sytuacji w układach osadniczych. (ryc.3).

Niezależnie od braków interpretacyjnych i metodycznych reguła kolejności-wielkości opisuje większość układów hierarchicznych, w tym także osadniczych. Wielu autorów podkreśla oczekiwania co do normatywnej roli reguły kolejności-wielkości (Zipser, Sławski 1988). Jak zauważa Dziewoński (1972), ustalenie sposobu interpretacji prawa Zipfa pozwoliłoby na pełną diagnostykę stanu i przemian systemów osadniczych oraz prognozowanie ich rozwoju. Ponadto Dziewoński przytacza opinię Parra uzasadniającą stosowanie prawa Zipfa w roli normatywnej. Według Parra „we wszystkich rozkładach kolejności-wiel-



Ryc. 3. Wykresy kolejności-wielkości: (A) dla zbioru miast woj. łódzkiego (1999 r.) według wielkości w 1984 r. (linia ciągła) oraz dla zbioru miast jednej z koncentrycznych stref wokół Warszawy w 1970 r. (linia przerywana) (Jokiel, Kostrubiec 1976); (B) dla pól wielkości „wysp” między naparowanych na podłożu dielektrycznym (linia załamana związana z przejściem fazowym do stanu przewodzenia prądu elektrycznego) (Dobierzewska-Mozrzydas i in. 1999)

kości mieszczą się ukryte struktury hierarchiczne”, dzięki czemu „mogą one służyć za podstawę oceny poszczególnych modeli” sieci osiedli centralnych. Jest to szczególnie ważne spostrzeżenie w przypadku omawianych badań modelowych, kiedy zgodność z regułą Zipfa może stanowić kryterium oceny właściwego doboru warunków początkowych symulacji.

Wreszcie, należy tu wspomnieć o ostatnich pracach Batty’ego (2003, 2004), w których dokonał przeglądu niedawnych prób symulowania procesów prowadzących do regularności typu prawa Zipfa.

Batty poddaje m.in. krytyce to, że mimo względnie łatwego uzyskiwania odpowiedniego kształtu wykresu nie można uznać tych prób za zgodne z realiami. Zarzuca im to, że nie uwzględniają oczywistego zjawiska konkurencji ani inercji układu gwarantującej dużą stabilność na czołowych pozycjach hierarchii.

Batty akcentuje fraktalny charakter hierarchicznego układu miast i „organiczny” proces jego rozwoju „od dołu do góry”. Proponuje również przejrzystą technikę zapisu i obserwacji zmian – „zegar rangi i czasu” oraz pojęcie „połowicznego czasu życia” dla miast objętych pewnym górnym przedziałem hierarchicznego porządku.

4. Zasada stanu równowagi w relacji kontakty – cele

Przedstawione niżej próby modelowego generowania układów, które dążą do rozkładu wielkości zgodnych z prawem Zipfa, wykorzystują zasadę tworze-

nia stanów równowagi w przepływie kontaktów, jakie wiążą ze sobą właśnie te elementy, których liczebność nas interesuje. W przypadku stosowania prawa Zipfa do zbioru miast chodzi o liczbę mieszkańców, a kontakty, które mogą być brane pod uwagę, to albo ich indywidualne kontakty, albo kontakty instytucji, których egzystencja i działanie daje się bezpośrednio przełożyć na liczbę osób, które one angażują (i którym w ten sposób zapewniają środki utrzymania).

Modelem takim jest model „przesunięcie celów” oraz model „przesunięcie ogólne” (Zipser 1972; Zipser, Sławski 1988).

Model „przesunięcie celów” to model symulujący kształtowanie się struktury osadniczej w aspekcie rozmieszczenia przestrzennego elementów stanowiących cele codziennych lub okresowych relacji komunikacyjnych, na drodze zapewnienia zgodności bilansowej (przybyć z liczbą oferowanych okazji) we wszystkich rejonach obszaru, poddanego symulacji.

Wychodząc z określonego wstępnie rozłożenia przestrzennego źródeł (np. instytucje lub mieszkańcy czynni zawodowo) i celów, definiowanych odpowiednio do postawionego zadania (np. kooperanci, miejsca pracy, oczekiwani klienci usług itp.) oraz określonej tabeli wzajemnej dostępności rejonów, przeprowadza się obliczenia wymiany kontaktów za pomocą modelu takiej wymiany.

Po dokonaniu pierwszego obliczenia wymiany kontaktów sporządza się zestawienie liczby przybyć i okazji we wszystkich rejonach. Różnice obu wartości stanowią nadwyżki akceptacji celów w jednych rejonach lub niedobory akceptacji w innych. Przejście do następnego przybliżenia polega na przesunięciu celów między rejonami, tzn. rejonem nadwyżkowym przypisuje się liczbę celów oczekujących na akceptację równą liczbie akceptacji zanotowanych podczas obliczania wymiany ruchu, jednocześnie zmniejsza się potencjał celowy rejonom, w których wystąpiły niedobory, pozostawiając w nich tylko liczbę celów równą liczbie wyznaczonych akceptacji. Tak przemieszczone cele są podstawą do obliczenia nowej wymiany ruchu jako drugiego przybliżenia, po czym ponownie sprawdza się warunki bilansowania (zgodność liczby akceptacji i okazji). Znowu powtarza się przesunięcie celów i modeluje kontakty. Ten sposób postępowania prowadzi się aż do momentu, kiedy w żadnym rejonie nie występuje nadwyżka większa od założonej tolerancji. Ponieważ proces jest zbieżny, suma nadwyżek zmniejsza się wraz ze wzrostem liczby przybliżeń, co nie wyklucza różnych wahań w rejonach, które mogą się zmieniać z rosnących na malejące (i na odwrót).

Mechanizm alokacji celów można zapisać w postaci:

$$D_j^{(m+1)} = \sum_{i=1}^N T_{ij}^{(m)} \quad \text{dla } j = 1, \dots, N,$$

gdzie:

$D_j^{(m+1)}$ – liczba celów w rejonie j ustalona dla $m + 1$ -go przybliżenia,
 $T_{ij}^{(m)}$ – wielkość wymiany ruchu z rejonu i do j w toku przybliżenia m .

Rozwinięciem, jak się okazuje przydatnym do celów planistycznych, tego modelu jest „przesunięcie ogólne”. Działanie modelu jest bardzo podobne do działania modelu przesunięcia celów. Przeprowadza się, tak jak poprzednio, obliczenia wymiany ruchu, stanowiące kolejne przybliżenia tak długo, aż nie stwierdzi się w żadnym rejonie nadwyżki przekraczającej nadwyżkę dopuszczalną.

Jednocześnie jednak, wraz ze zmianą potencjału celowego, następuje zmiana potencjału źródłowego. Przyjmuje się, że w każdym rejonie istnieje pewna proporcja źródeł i celów, a w szczególnym przypadku nawet ich równowaga, polegająca na równości ilościowej (np. równa liczba mieszkańców zawodowo czynnych i miejsc pracy w jednostce osadniczej). Można to zapisać w postaci:

$$O_i^{(m+1)} = D_i^{(m+1)} = A_i^{(m)} = \sum_{j=1}^N T_{ji}^{(m)} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, N,$$

gdzie:

$O_i^{(m+1)}$, $D_i^{(m+1)}$ – liczba źródeł i celów przyjmowana dla rejonu i w $m + 1$ -szym przybliżeniu;

$A_i^{(m)}$ – liczba akceptacji zanotowanych w rejonie i w m -tym przybliżeniu;

$T_{ji}^{(m)}$ – liczba przybyć z rejonu j do rejonu i w m -tym przybliżeniu.

Reguła równości źródeł i celów nie jest konieczna w modelu. Proporcja może być różna, zależnie od wielkości potencjału celów w rejonach lub dynamiki rejonów mierzonej stosunkiem liczby akceptacji w danym przybliżeniu do pierwotnej (wyjściowej) liczby celów w rejonie. Jedynym warunkiem takich przekształceń jest utrzymanie stałej liczby źródeł w całym układzie.

Taki sposób postępowania w modelowaniu struktury przestrzennej obszarów zurbanizowanych jest efektem licznych doświadczeń modelowania kontaktów, zwłaszcza z zastosowaniem mechanizmu „pośrednich możliwości” oraz badań prawidłowości zachowań i przekształceń dużych jednostek zurbanizowanych, a zwłaszcza struktur policentrycznych. Dotyczy to przede wszystkim takich zjawisk, jak procesy koncentracji.

Model znajduje zastosowanie w podobnych warunkach, jak model przesunięcia celów, z tym że wariant posługujący się równością źródeł i celów powinien być używany przy dostatecznie wielkich układach i dostatecznej wielkości rejonów. Jest on bezpośrednim odbiciem procesów minimalizacji odległości przepływów, którą zapewnia ukształtowanie układu, dyktowane tym modelem.

Opisane postępowanie można z powodzeniem stosować przy prognozowaniu zmian struktury przestrzennej miasta, aglomeracji czy układów policentrycznych wywołanych przekształceniami sieci komunikacyjnej lub zmianą struktury potrzeb.

Powyższe omówienie dotyczy tylko ogólnej, ramowej zasady poszukiwania równowagi. Trzeba ją wypełnić konkretnym mechanizmem modelującym prawdopodobny przepływ kontaktów w sensie przypisania konkretnych liczb poszczególnym relacjom. W dodatku założono wyżej, że mogą, a nawet z zasady

występują nadwyżki i niedobory akceptacji, co oznacza, że nie każdy dowolny rozkład źródeł i celów jest w stanie równowagi lecz musi być do niego z reguły dopiero doprowadzony (ewentualnie przez samoorganizację).

5. Modelowy mechanizm kontaktów

Wiele długoletnich prób określenia mechanizmów rządzących przepływem kontaktów doprowadziło, jak wiadomo, do wykształcenia się dwóch rodzajów podejścia do tego zjawiska – do tzw. modeli grawitacji (włączając w to model Wilsona maksymalizujący entropię – 1970) oraz modeli typu „pośrednich możliwości” (*intervening opportunities*) wywodzących się tak z idei Stouffera (1948), jak i z metody obliczeń wymiany ruchu w operacyjnej postaci bazującej na rachunku prawdopodobieństwa.

W tej formie rozwinięty przez zespół CATS (*Chicago Area Transportation Study* 1960) posłużył do obliczeń przyszłej wymiany ruchu między rejonami chicagowskiej aglomeracji i z powodzeniem był stosowany do podobnych obliczeń na innych obszarach. Bezpośrednia interpretacja parametrów bez potrzeby uciekania się do abstrakcyjnych współczynników zyskała mu zwolenników. Te pierwotne zastosowania do celów inżynierii ruchu zostały m.in. rozwinięte i przeinterpretowane do postaci uzasadniającej tendencje do koncentracji w systemach osadniczych (Zipser 1972).

Założenia modelu „pośrednich możliwości” są następujące: człowiek pragnący zaspokoić swoją potrzebę bezpośrednio konsumpcyjną, czy też znalezienia pracy, rozważa dostępne mu „okazje”, tj. punkty, w których mógłby zaspokoić swoją potrzebę, w kolejności od najbliższej do najdalszej.

Ponieważ nie jesteśmy w stanie analizować indywidualnych motywów każdej jednostki biorącej udział w procesie komunikacyjnym, zastępujemy w modelu, te zazwyczaj silnie zróżnicowane motywy i równie zróżnicowane możliwości, losowaniem, które wykonuje inicjująca kontakt jednostka przy każdej „okazji” (możliwości). Jest przy tym określone prawdopodobieństwo „sukcesu”, czyli akceptacji losowanej okazji. W ten sposób mamy ciąg prób Bernoulliego, czyli niezależnych losowań o stałym prawdopodobieństwie sukcesu, a kolejność losowań odpowiada uszeregowaniu „okazji” od najbliższej do najdalszej (CATS 1960; Zipser 1972).

Wartość prawdopodobieństwa sukcesu decyduje o średniej długości podróży lub przepływu, czyli średniej liczbie porażek poprzedzających pierwszy sukces. Dlatego długość ta mierzona jest w modelu liczbą pominiętych okazji, a spadek prawdopodobieństwa sukcesu, który moglibyśmy określić jako zwiększenie się selektywności lub wybredności kontaktu, powoduje wzrost stopnia penetracji terenu otaczającego źródło. Ze względu na wygodę obliczeń przechodzi się z dyskretnej przestrzeni prób Bernoulliego do rozkładu ciągłego, gdzie wartość

prawdopodobieństwa sukcesu zostaje zastąpiona gęstością prawdopodobieństwa akceptacji i stanowi charakterystykę selektywności. W związku z tym wzór:

$$V_{i-j} = V_i [e^{-pa} - e^{p(a+a_j)}]$$

określa strumień ruchu z rejonu i do pierścienia j otaczającego rejon i w pewnej odległości od niego, gdzie:

p – gęstość prawdopodobieństwa akceptacji (selektywność);

a_j – liczba okazji w pierścieniu j ;

a – liczba okazji bliższych niż pierścien j ;

V_i – liczba podróży wychodzących z rejonu i ;

e – podstawa logarytmu naturalnego.

Przekształcając powyższy wzór możemy określić obszar możliwości, czyli zbiór „okazji”, jaki jest potrzebny, aby przy danej selektywności (czyli przy pewnej wartości p) żądany procent potrzeb znalazł zaspokojenie:

$$a = \frac{\ln \frac{1}{R}}{p}$$

gdzie:

a – liczba okazji, jaka jest potrzebna, aby przy selektywności odpowiadającej danemu p w obszarze nie znalazł zaspokojenia jedynie ułamek potrzeb równy R .

Odpowiednio możemy znaleźć wartość selektywności, jaka warunkuje zaspokojenie w zadanym obszarze okazji odpowiednio wysokiego procentu kontaktów.

Wynosi ona:

$$p = \frac{\ln \frac{1}{R}}{a}$$

Znajomość rozłożenia potencjalnych celów w mieście lub rejonie i odpowiednie pomiary ruchu pozwalają np. znaleźć liczbowe wartości, charakteryzujące aktualną selektywność różnych kategorii potrzeb wywołujących ruchy.

Przeprowadzono wiele pomiarów parametru selektywności w odniesieniu do różnych rodzajów kontaktu poczynając od ruchów dom – praca jako przemieszczeń osób przez migracje, przepływ towarów aż po próby określenia kontaktów ludności z ośrodkami usług jako efektu selektywności środków pieniężnych. Przestrzenna skala pomiarów wahała się od dzielnic miejskich aż po obszar całego kraju (Głogowski 1978).

Nadwyżki przybywające do niektórych rejonów oraz niedobory w innych częściach obszaru mogą być niwelowane na zasadzie równoważenia bilansu przez kolejne przesunięcia celów, a czasem i źródeł satysfakcjonujących wykazane tendencje nadwyżkowe. Napędowa siła modelu, jaką jest tendencja do

powstawania nadwyżek może być teraz zapisana w formie funkcji, a ta z kolei poddana analizie pozwalającej uzyskać wiedzę o głównych zależnościach między funkcją a szeregiem charakterystyk elementów modelu.

Tak więc efekt symulacji, jakim jest uzyskanie nowego rozłożenia źródeł i celów (względnie samych celów), spełniające wspomniane warunki równowagi można opisać następującym równaniem:

$$\sum_i V_i [e^{-pa_i} - e^{-p(a_i+a_{ij})}] \frac{A'_d}{a_{ij}} = A'_d \pm \alpha \quad \text{dla wszystkich } d,$$

w którym a_{ij} oznacza liczbę okazji w pierścieniu j zbudowanym ze względu na rejon i , przy czym jest to pierścień zawierający w sobie rejon d ; a_i – to odpowiednio liczba wszystkich okazji leżących bliżej rejonu i niż pierścień j ; α – przyjęta tolerancja. (W ten sposób wyrażenie w nawiasie kwadratowym określa prawdopodobieństwo zatrzymania się kontaktów wysłanych z i w pierścieniu j – zgodnie z przytaczanym już wyżej wzorem).

A'_d to aktualna liczba okazji obowiązująca w ostatniej iteracji w rejonie d , stąd: A'_d/a_{ij} wyznacza udział rejonu d w zasobie okazji pierścienia j przesądzający zarazem o przypadającej na ten rejon proporcji podróży zakończonych w pierścieniu.

Możemy również podać wzór na „siłę ośrodkotwórczą”, wywołującą konieczność przesunięcia celów z jednych rejonów do drugich. Chodzi o stosunek zakończeń podróży w rejonie d do liczby okazji w tym rejonie. Będziemy mieli:

$$O_d = \sum_i V_i [e^{-pa_i} - e^{-p(a_i+a_{ij})}] \frac{1}{a_{ij}}.$$

Co, jak widać po dokonaniu przekształceń, zależy tylko od względnego usytuowania pierścieni j w których znalazł się rejon d .

6. Zakres badań i zarys wyników

Przeprowadzone pod kierunkiem Zipsera (1980) analizy symulacyjne teoretycznych, regularnych układów skupiały się na wpływie zadanej arbitralnie asymetrycznej koncentracji mas na generowanie struktur dwubiegunowych. Wykreślano wówczas kontrolne wykresy kolejności-wielkości, które nie stanowiły spójnego materiału analitycznego i tylko towarzyszyły rozważanym zagadnieniom. Wykresy te wskazywały na istnienie potencjalnego związku między arbitralnie zadawaną początkową koncentracją mas a zbliżeniem kształtu uzyskiwanych w symulacjach wykresów do krzywych prawa Zipfa. Zagadnienie to nie było wówczas dokładniej analizowane, ponieważ głównym przedmiotem badań było powstawanie „przeciwwagi” w koncentracji mas.

Wyniki modelowań zebrano i uzupełniono w 1998 r., a ich szerokie omówienie przedstawiono w artykule Zipsera zawartym w prezentowanym opracowaniu. Symulacje prowadzono na siedmiu typach sieci teoretycznych. Sieci te cechowała symetria środkowa względem kilku osi. Modelowania prowadzono stosując dwa sposoby początkowego rozmieszczenia mas: rozmieszczenie równomierne, gdy każdy z rejonów miał taką samą wielkość oraz rozmieszczenie z asymetryczną koncentracją, gdy trzy sąsiadujące ze sobą rejonory otrzymywały zwiększony ładunek. Analizie podlegał kształt ostatecznie uzyskanych wykresów kolejności-wielkości.

Kolejnym krokiem była analiza zachowań rzeczywistych układów przestrzennych osadnictwa (Mlek 2003). Omówienie podjętych prób symulacyjnych przedstawiono w artykule Mlek zawartym w prezentowanym opracowaniu. Badano struktury sieciowe (powiązania drogowe i kolejowe) oparte na rzeczywistych układach osadniczych ośmiu obszarów: Austro-Węgier (koniec XIX w.), Francji, Hiszpanii, Skandynawii (Półwysep Skandynawski), Wielkiej Brytanii, Stanów Zjednoczonych, Niemiec i Włoch. Koncentracje lokowano w pojedynczych rejonach odpowiadających położeniu stolicom obszarów lub wybranym ważnym ośrodkom. Ze względu na nieregularność sieci naturalnych zastosowano trzy metody oceny lokalizacji środka symetrii, a tym samym oceny poziomu asymetrii położenia zadawanych początkowych koncentracji mas. Analizie poddano zmiany wartości wykładnika kontrastów prostych aproksymujących krzywe wykresów prawa Zipfa towarzyszące modyfikacji początkowego rozmieszczenia mas w rejonach obliczeniowych. Zestawienia te uzupełniono wizualną oceną kształtu uzyskanych wykresów kolejności-wielkości.

Uzasadnione wydaje się równoległe i niezależne szukanie źródeł regularności tam, gdzie sugerują to dotychczasowe obserwacje. Chodzi o przyjęcie założenia, że od pewnego czasu decydują nie preferencje związane ze zwykłą dostępnością przestrzenną, ale z niezależnym od niej uporządkowaniem hierarchicznym, w którym pozycje ośrodków decydują o kolejności penetracji potencjalnych celów kontaktów. Wydaje się jednak, że możliwa jest interpretacja, która obydwie źródła regularności, wspomniane powyżej, może ze sobą pogodzić na zasadzie określonej sekwencji zdarzeń, a być może nawet wzajemnego wzmacniania się.

Literatura

- Allen P. M., Sanglier, M., 1979, *A Dynamic Model of Growth in a Central Place System*. Geographical Analysis 11, s. 256-72.
- Allen P. M., Sanglier M., 1981, *A Dynamic Model of a Central Place System – II*. Geographical Analysis 13, s. 149-64.

- Auerbach F., 1913, *Das Gesetz der Bevölkerungskonzentration*. Petermann's Geografische Mitteilungen 59, s. 73-76.
- Batty M., 2003, *The Emergence of Cities: Complexity and Urban Dynamics*. CASA UCL London. Adres: http://www.casa.ucl.ac.uk/working_papers/paper64.pdf
- Batty M., 2004, *Hierarchy in Cities and City Systems*. CASA UCL London. Adres: http://www.casa.ucl.ac.uk/working_papers/paper85.pdf
- Berry B. J. L., 1961, *City Size Distributions and Economic Development*. Economic Development and Cultural Change 9, s. 673-687.
- Berry B. J. L., 1967, *Geography of Market Centers and Retail Distribution*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.
- Böventer E. V., 1973, *City Size Systems: Theoretical Issues, Empirical Regularities and Planning Guides*. Urban Studies 10, 143-162.
- CATS, 1960, (Chicago Area Transportation Study) Final Report II.
- Champernowne D. G., 1953, *A Model of Income Distribution*. Economic Journal 63, s. 318-351.
- Chapin F. S., Weiss, S. F., 1968, *A Probabilistic Model for Residential Growth*. Transportation Research, t. 2.
- Christaller W., 1933, *Die zentralen Orte in Süddeutschland*. 2. Darmstadt 1968.
- Curry L., 1964, *The Random Spatial Economy: An Exploration in Settlement Theory*. Annals of the Association of American Geographers 54, s. 138-146.
- Dobierzewska-Mozrzyimas E., Biegański P., Pieciul E., Wójcik J., 1999, *Statistical Description of Systems on the Basis of the Mandelbrot Law: Discontinuous Metal Films on Dielectric Substrates*. Journal of Physics: Condensed Matter 11, s. 5561-5568.
- Dobrowolski M. 1977, *Ocena przydatności reguły wielkości i kolejności w testowaniu doboru modeli symulacyjnych obliczeń prognostycznych oraz przyczynę do jej interpretacji*. Praca doktorska. Politechnika Wroclawska.
- Domański R., 1995, *Zasady geografii społeczno-ekonomicznej*. Warszawa-Poznań.
- Dziewoński K., 1972, *Przegląd teorii sieci osadniczej*, [w:] *Elementy teorii planowania przestrzennego*, Secomski K. (red.). KPZK PAN, Warszawa, s. 163-181.
- Evans A. W., 1972, *On the Theory of the Valuation and Allocation of Time*. Scottish Journal of Political Economy, t.19.
- Fano P. L., 1969, *Organization, City-size Distributions and Central Places*. Papers of the Regional Science Association 22, s. 29-38.
- Gell-Mann M., 1994, *Kwark i jaguar*. Polskie wyd. 1996. CIS.
- Głogowski K., 1978, *Badania nad strukturą parametru selektywności dojazdów do pracy*. Praca doktorska. Politechnika Wroclawska.
- Golachowski S., Kostrubiec B., Zagożdżon A., 1974, *Metody badań geograficzno-osadniczych*. Warszawa.
- Guerin-Pace F., 1990, *Dynamique lente et dynamique rapide dans le developpement d'un système de villes (Slow and Fast Dynamics in the Development of a System of Cities)*. Paper presented at Colloque de l'AIDELF, Rabat.
- Güsefeldt J., 1980, *Konsumentenverhalten und die Verteilung zentraler Orte*. Geografische Zeitschrift rocz. 1968; 1.

- Haag G., Max H., 1995, *Rank-size Distribution of Settlement Systems: A State Attractor in Urban Growth*. Papers in Regional Science, t. 74, nr 3.
- Ijiri Y., Simon A., 1974, *Interpretations of Departures from the Pareto Curve Firm-Size Distributions*. Journal of Political Economy 82, s. 315-331.
- Jokiel B., Kostrubiec B., 1976, *An Attempt to Determine the Size of an Open Settlement System Using the Rank-size Rule*, [in:] *Economic Models in Regional Development and Planning*. Warszawa, s. 165-173.
- Jones B. G., Lewis B. D., 1990, *The Four Basic Properties of Rank-Size Hierarchical Relationships: Their Characteristics and Interrelationships*. Papers of the Regional Science Association, t. 68.
- Karsch C., 1978, *Tendenzen der Siedlungsgrößenverteilung in sterreich*. Referat na sympozjum polsko-austriackim w Toruniu.
- Mandelbrot B., Apostel L., Morf A., 1957, *Logique, langage et theorie de l'information*. Paryż.
- Mlek M., 2003, *Cechy geometryczne układu przestrzennego osadnictwa a zachowanie prawa Zipfa*. Badania modelowe. Praca doktorska. Wrocław.
- Mulligan G. F., 1984, *Agglomeration and Central Place Theory: A Review of the Literature*. International Regional Science Review t. 9.1.
- Parr J. B., 1976, *A Class of Deviations from Rank-size Regularity. Three Interpretations*. Regional Studies, t. 10, s. 193-203.
- Parr J. B., 1980, *Frequency Distributions of Central Places in Southern Germany: A Further Analysis*. Economic Geography 56.
- Parysek J. J., Wojtasiewicz L., 1979, *Metody analizy regionalnej i metody planowania regionalnego*. Studia KPZK PAN, t. LXIX, Warszawa.
- Richardson H. W., 1973, *Theory of the Distribution of City Sizes: Review and Prospects*. Regional Studies t. 7, s. 239-251.
- Robson B. T., 1973, *Urban Growth: An Approach*. Methuen, London.
- Stouffer S., 1948, *Intervening Opportunities: A Theory Relating Mobility and Distance*. American Sociological Review.
- Vining D. R. jr., 1976, *Autocorrelated Growth Rates and the Pareto Law: A further Analysis*. Journal of Political Economy 84, s. 369-380.
- Ward B., 1963, *City Structure and Interdependence*. Regional Science Association, Papers 10.
- White R. W., 1978, *The Simulation of Central Place Dynamics: Two-Sector Systems and Rank-Size Distribution*. Geographical Analysis 10, s. 201-208.
- Wilson A. G., 1970, *Entropy in Urban and Regional Modelling* Pion. London.
- Zagożdżon A., 1979, *Ośrodki regionalne i subregionalne Polski. Charakterystyka ogólna i niektóre problemy metodologiczne*. Acta Universitatis Wratislaviensis No 513. Studia Geograficzne, t. XXXIII. Wyd. UW., Wrocław.
- Zipf G. K., 1949, *Human Behavior and the Principle of Least Effort*. Addison-Wesley, Cambridge, Mass.
- Zipser T. et al., 1980, *Analiza i ocena alternatywnych modeli docelowych systemu osadniczego. Zagadnienia projekcji przestrzeni społeczno-ekonomicznej (etap III)*. Raporty Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.

- Zipser T., 1972, *A Simulation Model of Urban Growth Based on the Model of the Opportunity Selection Process*. *Geographia Polonica*, t. 27, s. 119-132.
- Zipser T., 1976, *The Territorial-Production Complex as a Selfbalancing Network of Spatial Relations, Economic Models in Regional Development and Planning*. PWN, Warszawa.
- Zipser T., 1990, *A Simulation Model of Formation of the Settlement Structure, [w:] The Model of Intervening Opportunities in Theory and Practice of Territorial Arrangement*. Wyd. PWr., Wrocław.
- Zipser T., Sławski J., 1988, *Modele procesów urbanizacji. Teoria i jej wykorzystanie w praktyce planowania*. *Studia KPZK PAN*, t. XCVII, Warszawa.