

TADEUSZ ZIPSER

Politechnika Wrocławska

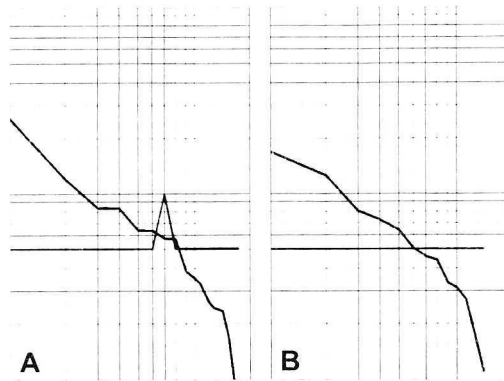
**PRAWO ZIPFA GENEROWANE
W SYSTEMIE OTWARTYM
ZIPF'S LAW GENERATED IN OPEN SYSTEM**

1. Pojawianie się regularności w modelowanych układach

Znaczna liczba modelowań, których celem było odtworzenie stanów koncentracji istniejących w skali miast, regionów, krajów, a nawet grupy krajów, gdzie rezultaty były w większości zadowalające, potwierdzała wiarygodność modelu, zwłaszcza że sytuacją początkową był zazwyczaj brak jakiegokolwiek zróżnicowania wielkości.

Wyniki tych modelowań to wywołanie w cyklu komputerowych iteracji obrazu rozłożenia przestrzennego ludności bardzo zbliżonego do rzeczywistej w układach różnej skali, w tym w obszarach całych krajów: Polski, Syrii, Egiptu, Turcji, Iraku, całego wschodniego regionu wybrzeży Morza Śródziemnego, Italii, a także w jakimś stopniu całej Europy (Zipser *et al.* 1993; Touma 1992; Ehsin 1994) (ryc. 1 i 2).

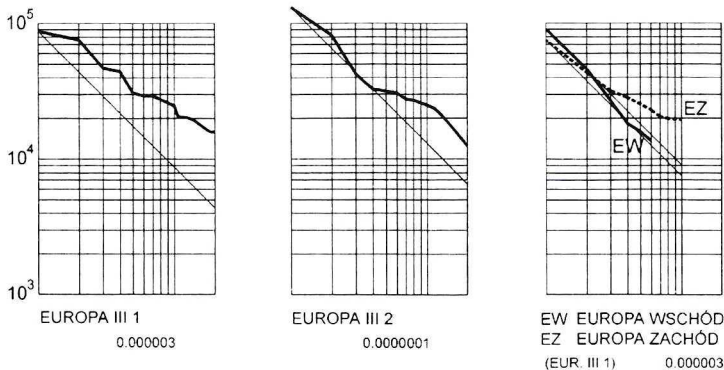
Na ogół sytuację początkową tworzyło równomierne rozłożenie celów (ta sama liczba źródeł i celów kontaktu w każdym z rejonów, na jakie podzielono dany obszar). W związku z tym wykres rozkładu kolejności-wielkości ulegał zasadniczej zmianie wraz z wyłanianiem się silnych koncentracji w wyniku przesunięć dokonywanych z rejonów, gdzie widoczny był deficyt zakończonych kontaktów (w stosunku do umieszczonych tam celów) do rejonów, gdzie rejestrowano nadmiar kontaktów. Trzeba przy tym zaznaczyć, że w niektórych przypadkach, jak np. w symulacji dotyczącej całej Polski (290 rejonów odpowiadających węzłom sieci drogowej lub 340 rejonów odpowiadających „starym” powiatom) uzyskiwano rozkład kolejności-wielkości bardzo zbliżony (nachylenie i wielkość największego rejonu) do rozkładu rzeczywistego. Istotnie, modelowanie obejmujące cały kraj (Polskę w obecnych granicach) dało w paru wariantach uderzającą zgodność rozkładu wymodelowanego z obserwowanym w rzeczywistości. Chodzi o zgodność przebiegu krzywej (nie o wiel-



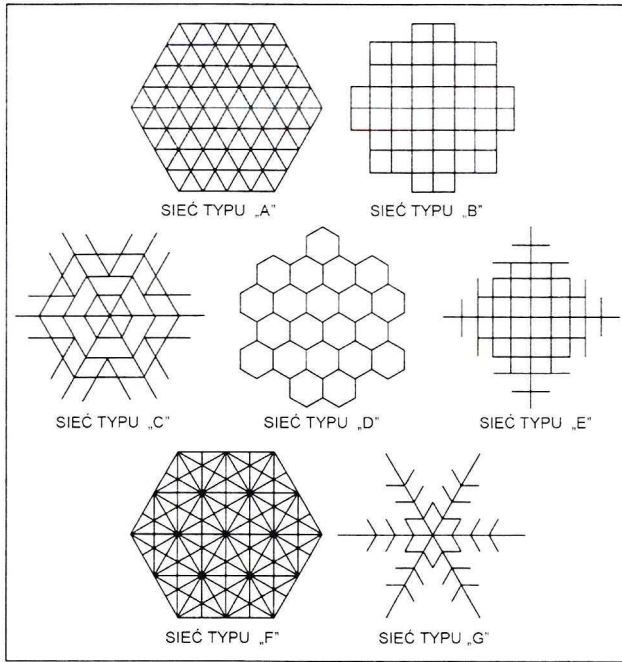
Ryc. 1. Wykresy kolejności-wielkości uzyskane w wyniku modelowania: (A) Iraku, początkowe rozmieszczenie mas z koncentracją w Basrze (Ehsin 1994); (B) Syrii, początkowe równomierne rozmieszczenie mas (Touma 1992)

kości poszczególnych jednostek osadniczych) w obu obrazach systemu, który nie był systemem miast lecz powiatów czyli mikroregionów (Dobrowolski 1977). W związku z tym obie krzywe (również empiryczna – obserwowana w rzeczywistości) nie spełniały, zwykłych dla rozkładu większości miast, warunków nachylenia krzywej – były mniej strome i zdradzały tendencje do wypukłości. Podobnie było w Iraku. Wszędzie rozkłady z symulacji miały zbliżony do prostoliniowego kształt o różnych nachyleniach.

Niezależnie od tego identyczny mechanizm modelowej symulacji stosowano w sieciach regularnych o trójkątnych, kwadratowych i sześciobocznych polach, a także o polach trójkątnych i kwadratowych podzielonych dwusiecznymi kątów. Chodziło o sprawdzenie „czystej” aktywności mechanizmu modelowego, niezakłóconej przypadkowymi fluktuacjami długości odcinków.

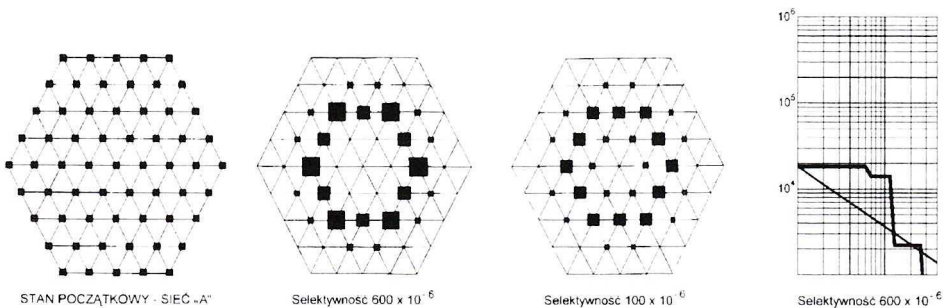


Ryc. 2. Wykresy kolejności-wielkości uzyskane w wyniku modelowania Europy (na podstawie Zipser *et al.* 1993)

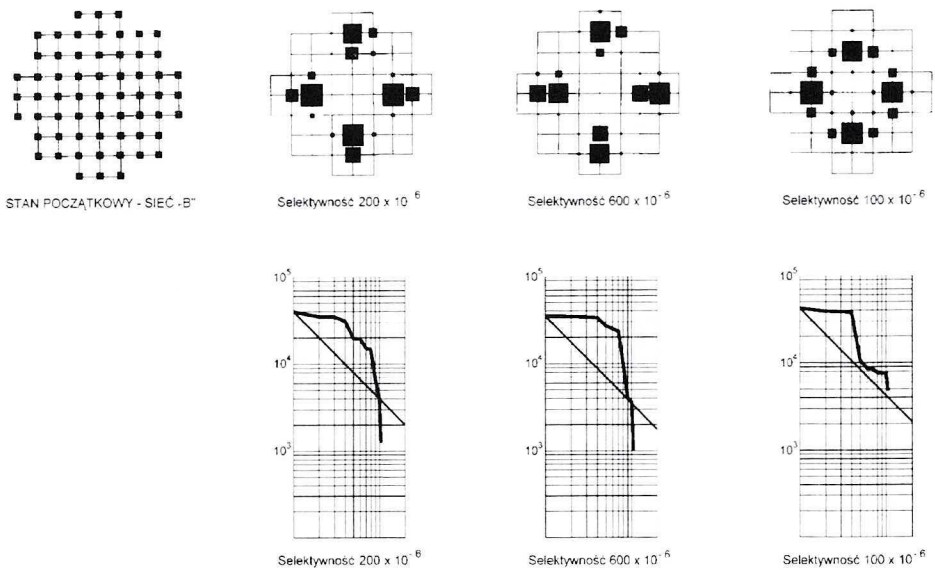


Ryc. 3. Typy sieci teoretycznych poddawanych symulacjom przez Zipsera
 Źródło: Ryc. 4-13, 14b, 15-18 (Zipser *et al.* 1980)

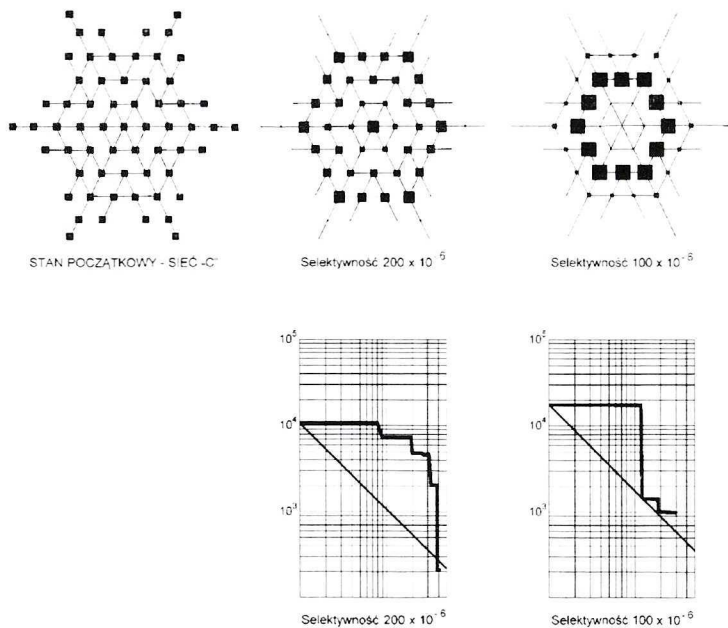
Uzyskiwano różne kształty koncentracji w zależności od rodzaju sieci, jak i od wartości parametru selektywności. Jedna z takich serii operująca 61 punktami, sześcioma typami sieci oraz czterema wartościami parametru dostarczyła wyników interesujących także ze względu na prawo Zipfa (Zipser *et al.* 1980) (ryc. 3). Okazało się bowiem, że we wszystkich tych sieciach całkowicie symetrycznych (symetria środkowa oraz w stosunku do 2, 3 lub 4 osi) stany równo-



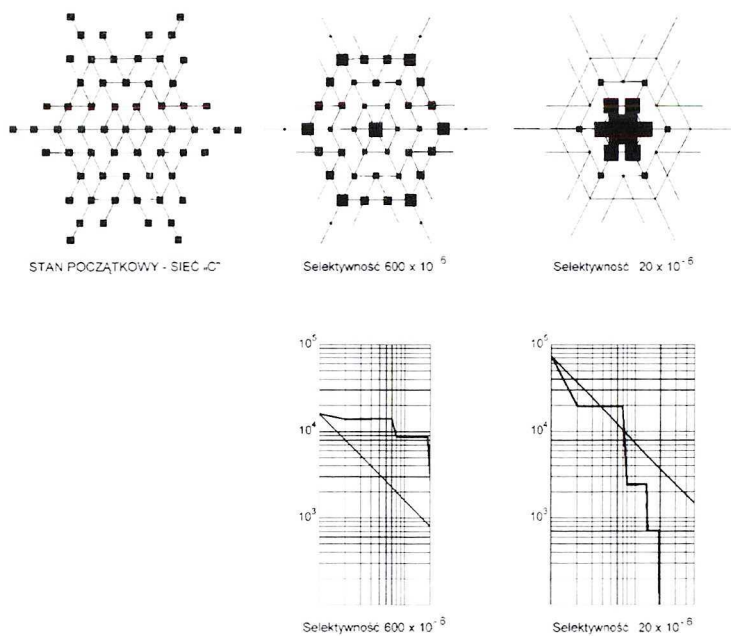
Ryc. 4. Wyniki modelowania początkowego równomiernego rozmieszczenia mas w sieci „A”



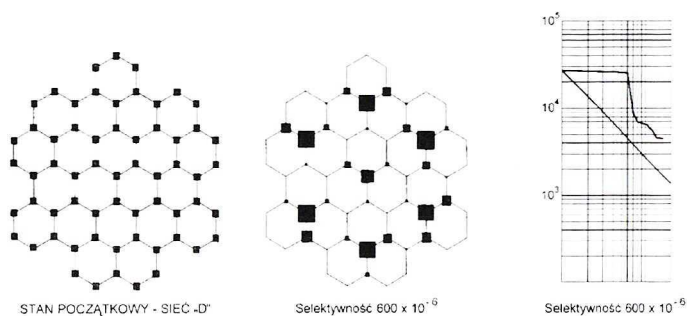
Ryc. 5. Wyniki modelowania początkowego równomiernego rozmieszczenia mas w sieci „B”



Ryc. 6. Wyniki modelowania początkowego równomiernego rozmieszczenia mas w sieci „C” przy umiarkowanych wartościach parametru selektywności



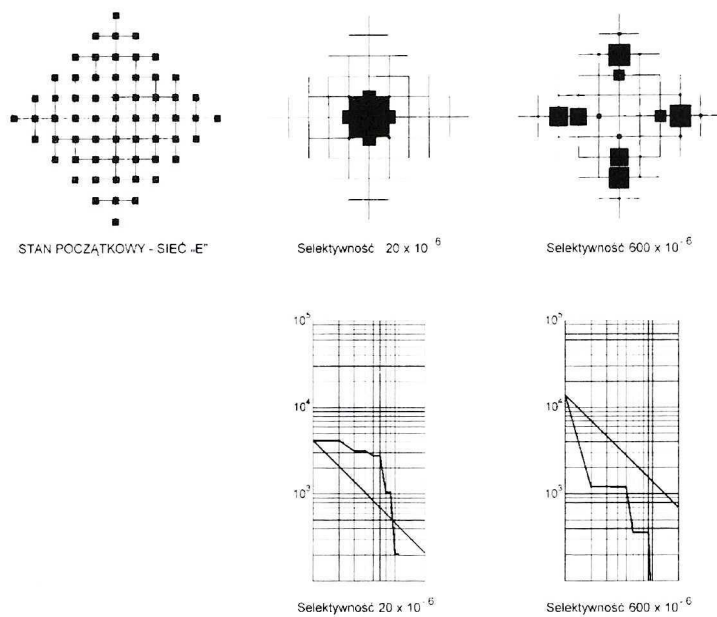
Ryc. 7. Wyniki modelowania początkowego równomiernego rozmieszczenia mas w sieci „C” przy skrajnych wartościach parametru selektywności



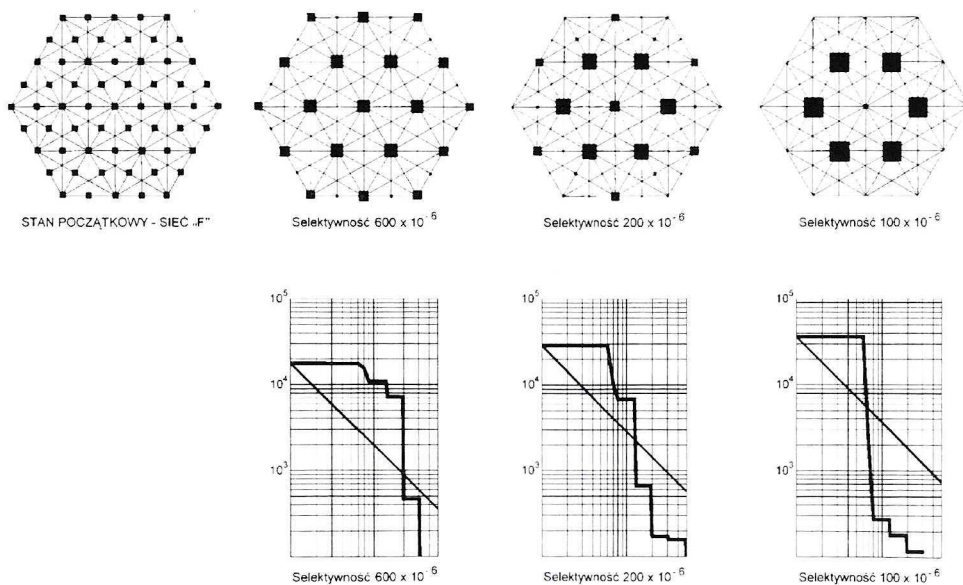
Ryc. 8. Wyniki modelowania początkowego równomiernego rozmieszczenia mas w sieci „D”

wagi przy zadanej tolerancji (brak rejonów, gdzie nadwyżki przekraczałyby 10%) tworzyły taki zbiór wielkości, że odpowiednie wykresy kolejności-wielkości wykazywały charakterystyczne (i zrozumiałe w obliczu tych symetrii) „półki” dając w skali podwójnie logarytmicznej wypukłe i daleko odbiegające od wzorca Zipfa, linie łamane (ryc. 4-10).

Uderzające jest to, że z chwilą, gdy sytuacja początkowa została zmieniona: tj. zamiast jednakowego rozmiaru każdego skupiska źródeł i celów

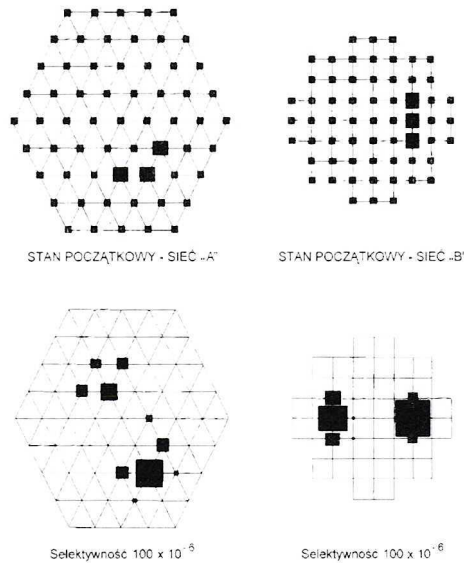


Ryc. 9. Wyniki modelowania początkowego równomiernego rozmieszczenia mas w sieci „E”



Ryc. 10. Wyniki modelowania początkowego równomiernego rozmieszczenia mas w sieci „F”

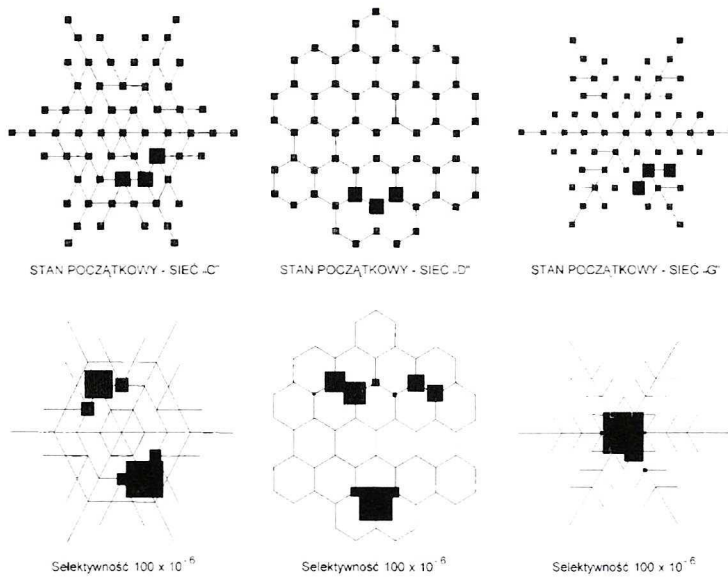
wprowadzono zakłócenie jako grupę trzech sąsiadujących ze sobą punktów, którym przyznano z góry 3-krotnie większy „ładunek” źródeł i celów, zmieniał się nie tylko kształt zrównoważonej koncentracji, ale i profil wykresu. Dodatkową i istotną cechą zakłócenia było to, że te uprzywilejowane rejony znajdowały się zawsze w pozycji asymetrycznej – mimośrodowej względem układu. Pojawiające się samoistne rozwiązania równowagowe zazwyczaj po kilkunastu iteracjach, z wyjątkiem jednej (silnie promienistej) sieci wyglądały w ten sposób, że miejsce zakłócenia stawało się silną koncentracją, ale także kształtowało się konkurencyjne skupienie o charakterze jakby „przeciwwagi” po przeciwległej stronie (wobec środka symetrii) (ryc. 11-13).



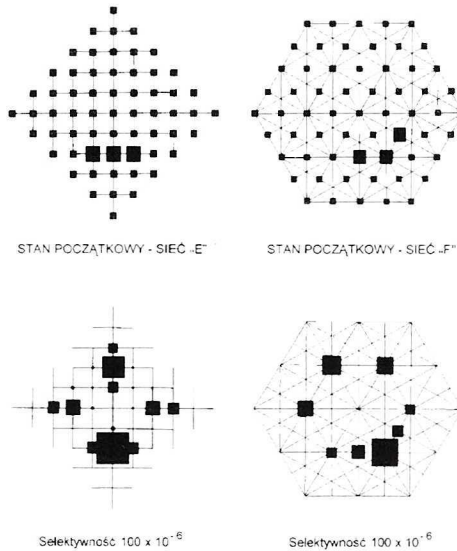
Ryc. 11. Wyniki modelowania początkowego rozmieszczenia mas z zakłóceniem w sieciach „A” i „B” – wielkości rejonów obliczeniowych

Zaskakująco przypomina to efekt jednego z eksperymentów Prigogine’a, które relacjonują Prigogine i Stengers (1990), gdzie grupa larw owadzych bielozjada olbrzymiego działająca pod wpływem przyciągającego je wzajemnie zapachu feromonu, identycznie reagowała na sztuczne, z góry zadane asymetryczne skupienie larw.

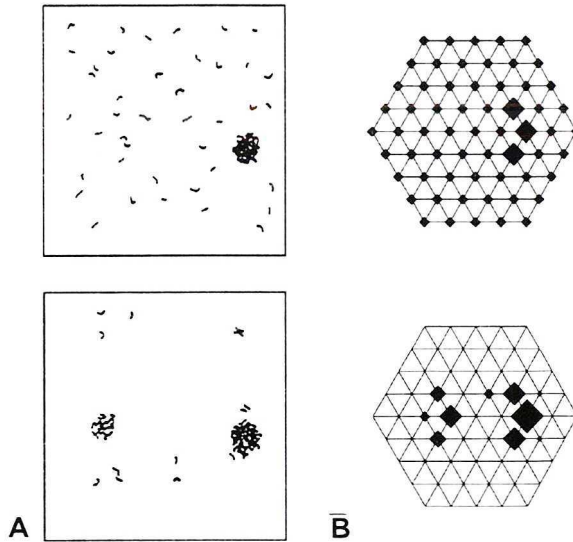
Tam również jedna koncentracja – centralne kłębowisko zastąpione zostaje dwoma mniejszymi – jakby wzajemnie przeciwważającymi się, gdy zainicjuje się sztucznie asymetryczną koncentrację. Zdaje się to przydawać znaczenia i wiarygodności samemu mechanizmowi, jak i efektom modelowań typu „przesunięcia źródeł i celów” wiążąc je z zachodzącymi w przyrodzie zjawiskami (ryc. 14).



Ryc. 12. Wyniki modelowania początkowego rozmieszczenia mas z zakłóceniem w sieciach „C”, „D” i „G” – wielkości rejonów obliczeniowych



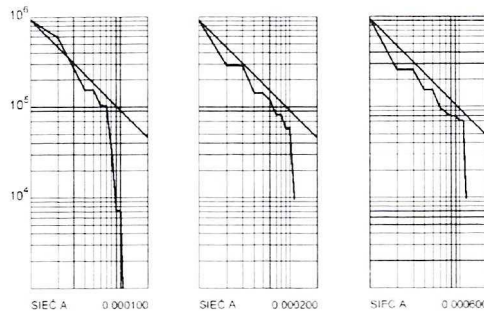
Ryc. 13. Wyniki modelowania początkowego rozmieszczenia mas z zakłóceniem w sieciach „E” i „F” – wielkości rejonów obliczeniowych



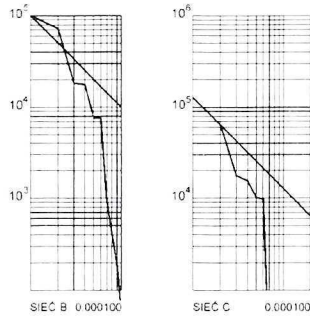
Ryc. 14. Wpływ sztucznie wprowadzonej mimośrodowej koncentracji:
 (A) w zbiorowisku larw owadów (według Prigogine, Stengers 1990);
 (B) w sieci regularnej poddanej modelowaniu koncentracji

Tego rodzaju obraz można odczytać w pewnych stabilnych konfiguracjach dużej skali w systemach osadniczych. Z punktu widzenia prawa Zipfa zaskakujące jest jednak to, że dla takich zrównoważonych już, ale obciążonych „genetycznie” zakłóceniem układów wykres w skali podwójnie logarytmicznej staje się zupełnie inny. Przybiera kształt co prawda łamanej linii, ale znacznie bardziej stromej w sumarycznym przebiegu i niewiele odbiegającej od wzorcowego nachylenia 135° (ryc. 15-18).

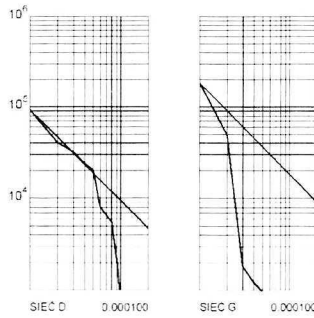
Obserwacje te stają się jeszcze bardziej wymowne w przypadku analizy sieci rzeczywistych. Przeprowadzone modelowania wykazują, że wykresy



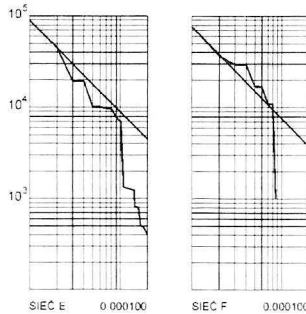
Ryc. 15. Wyniki modelowania początkowego rozmieszczenia mas z zakłóceniem w sieci „A” – wykresy kolejności-wielkości



Ryc. 16. Wyniki modelowania początkowego rozmieszczenia mas z zakłóceniem w sieciach „B” i „C” – wykresy kolejności-wielkości



Ryc. 17. Wyniki modelowania początkowego rozmieszczenia mas z zakłóceniem w sieciach „D” i „G” – wykresy kolejności-wielkości



Ryc. 18. Wyniki modelowania początkowego rozmieszczenia mas z zakłóceniem w sieciach „E” i „F” – wykresy kolejności-wielkości

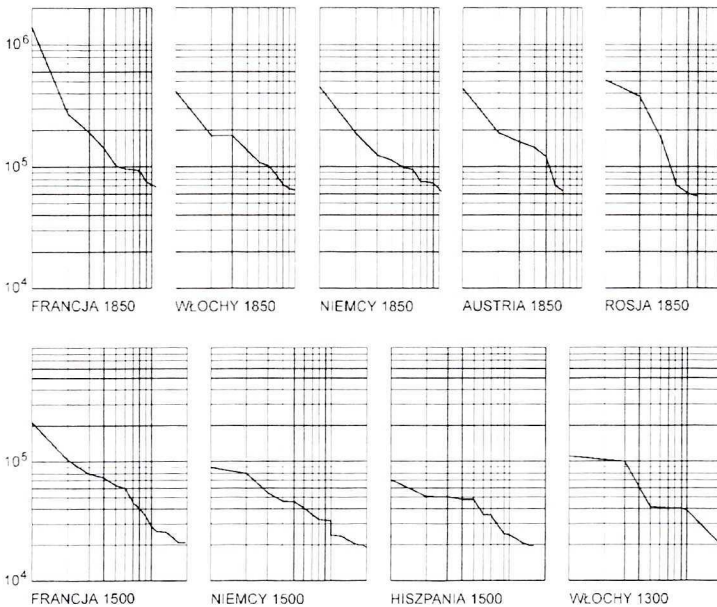
prawa Zipfa generowane przez układy obciążane początkową koncentracją są lepsze, niż powstałe w wyniku symulacji operujących wstępnym równomiernym rozmieszczeniem mas. Pozwalają także stwierdzić, że wprowadzenie koncentracji położonej asymetrycznie w stosunku do umownego środka sieci często

proceedzi do lepszych efektów, niż centralne ulokowanie skupienia mas. Szczegóły tego badania przedstawiono w ostatniej części prezentowanej pracy.

Na to, że asymetryczne, zadane poza mechanizmem zrównoważonej koncentracji duże skupiska ludności mogą mieć związek z pojawianiem się charakterystycznego rozkładu prawa Zipfa wskazuje to, że kraje o takim wyraźnym rozkładzie cechuje wręcz drastyczna mimośrodowa lokalizacja stolic (zarówno formalnych, jak i rzeczywiście odgrywających taką rolę, przynajmniej w sektorze gospodarczym). Można więc przytoczyć Londyn, Paryż, Petersburg, a również Moskwę, wreszcie Warszawę, i Pragę (w ramach byłej Czechosłowacji), a jednocześnie wspomnieć też wschodnie wybrzeże Stanów Zjednoczonych.

Dla kontrastu można ukazać Hiszpanię ze stolicą w geometrycznym centrum (Toledo, Madryt), gdzie uporczywie utrzymywał się rozkład o niewielkim skosie. Co prawda, gdy chce się śledzić to zjawisko wstecz, jest się zdany na niepewne i zapewne niekompletne dane, jak np. skądinąd ogromną i godną podziwu pracę Chandlera i Focha (1974) (ryc. 19).

Równoległe z tym może oddziaływać i to, że następstwa centralnego lub mimośrodowego położenia mogą się ujawnić w dużej skali, dopiero gdy w grę wchodzi częste kontakty dalekiego zasięgu, co wymagało odpowiednich środków transportu i łączności. Zaostrzenie się wykresu wraz z upływem długiego czasu zdaje się być tym usprawiedliwione.



Ryc. 19. Wykresy kolejności-wielkości wybranych krajów w połowie XIX w. i wcześniejsze (sporządzone według wielkości miast podanych przez Chandlera i Focha 1974)

2. Hipoteza łańcucha sieci hierarchicznej

Hipotetyczna sekwencja mogłaby więc wyglądać następująco. W obrębie struktury sieciowej zwykłych komunikacyjnych połączeń pojawia się w mimośrodowej pozycji silna „masa” – zbiorowisko źródeł i celów kontaktów, a to wskutek działania ponadsystemowych determinant lub arbitralnych decyzji.

Wywołuje to, w procesie generowania kontaktów i nawiązujących do nich koncentracji, taki rozkład wielkości jednostek systemu, który zbliża się do prawa Zipfa.

Tak znaczne zróżnicowanie wielkości ugruntowuje takie preferencje w zakresie kontaktów, które kierując się zasadą maksymalnej efektywności w miejsce minimalnej odległości wprowadzają hierarchiczny schemat priorytetów dla kontaktów.

Ta hierarchiczna sieć ugruntowuje, wygładza i uzupełnia rozkład kolejności-wielkości do postaci prawa Zipfa i sprzyja jego podtrzymaniu w miarę, jak pojawiają się nowe jednostki i zwiększa się liczba źródeł i celów w układzie. Dzieje się tak wtedy, gdy układ działa jako system o dużym stopniu otwarcia, tj. kieruje znaczną część kontaktów do otoczenia (poza układ).

Specjalizacja miast w zakresie funkcji przemysłowej została już niejednokrotnie stwierdzona i określona ilościowo. Zarazem łatwo można wykazać, że często duża część produktów wytworzonych w ważnych dla miasta zakładach przemysłowych nie jest przeznaczona bezpośrednio do konsumpcji, lecz jako półprodukt wędruje do innego miasta, gdzie przez tamtejszy przemysł wykorzystywany jest on dalej. Powstała w ten sposób sieć kooperacji wywołuje z kolei podobnie ukształtowany przepływ informacji, migracje fachowców, kontakty służbowe, pewne związki administracyjne itp. Czasami daje się to nawet zaobserwować w postaci zaskakujących w pierwszej chwili bezpośrednich połączeń komunikacyjnych, które są odpowiedzią na tego rodzaju zapotrzebowanie. Taka, nieraz dość pogmatwana, sieć powiązań nie ma wiele wspólnego ze schematem hierarchiczno-przestrzennym, który powinien wynikać z zasady obsługi przez miasto pewnego przyległego obszaru wpływów, który powinien być coraz większy wraz ze wzrostem znaczenia miasta i powinien nakładać się względnie regularnie na sieć drobniejszych obszarów wpływów przyporządkowanych miastom o mniejszym znaczeniu. Istnienia takiego schematu można się dopatrywać na terenach nieuprzemysłowionych, zwłaszcza zaś rozpatrując, w perspektywie historycznej, kształtowanie się struktury układów osadniczych przed rewolucją przemysłową XIX w.

Przedstawiona w dalszej części pracy koncepcja mechanizmu generującego rozkład według prawa Zipfa zrywa z takimi przestrzennymi – czyli odległościowymi determinantami relacji między elementami, które np. były podstawą teorii

gospodarki przestrzennej Lösch (1944). Jeśli elementami tymi są w obrębie naszych zainteresowań miasta, to w myśl tego założenia, tym co stanowi podłoże warunkujące kontakty jest nie zwykła sieć transportowa, ale – ogólniej określając – sieć komunikacyjna (od „komunikować się”, a nie od „przewozić”) typu hierarchicznego.

Drugie założenie innej i ogólniejszej natury dotyczy tego, że zarówno sposób kontaktowania się, jak i reagowania na zaistniałe kontakty musi być względnie prosty. Inaczej powszechność występowania reguły kolejności-wielkości i jej trwałość stałyby się niezrozumiałe i mało prawdopodobne, zwłaszcza gdy weźmie się pod uwagę wielość odmiennych „materialnie” dziedzin, gdzie reguła ta się sprawdza.

W każdej z tych dziedzin istnieje jednak wielość czynników, które powinny oddziaływać na konkretne wielkości i na przebieg zmian – ale właśnie tym daje się wytłumaczyć nieidealną zgodność rzeczywistych zbiorów z teoretycznymi postaciami oczekiwanego rozkładu. Ważne jest wówczas to, że odchylenia te „oscylują” wokół wyraźnego schematu, który jawi się jako *steady state* koncentracji ludności miejskiej.

Nasuwa się więc próba zastąpienia układu przepływów wynikającego z infrastruktury transportowej, systemem przepływów hierarchicznych abstrahujących od położenia punktów w przestrzeni geodezyjnej. Pozostaje do skontrolowania, czy pewne typy wzajemnych związków hierarchicznych produkują, w miarę symulowanych przesunięć mas, taki stan równowagi, który odpowiada klasycznej regule wielkości-kolejności. Do rozważenia jest wielka liczba możliwych wariantów takich struktur oraz możliwość różnych wariantów samych mechanizmów przesunięć.

Próbując szczególnych sieci wiążących ze sobą rejony na zasadzie określonych zależności hierarchicznych, osiągnięto kiedyś kilka razy rezultaty godne uwagi, ponieważ założona już z góry na wejściu proporcja wielkości zgodna z prawem Zipfa była w jakiejś mierze przez modelowe przesunięcia zachowywana, nie ulegała bowiem w efekcie przesyłania wzajemnych kontaktów destrukcji – lub – niezbyt szybkiej destrukcji. Był to jednak rezultat zbyt ograniczony, aby spełnić pokładane w tych próbach nadzieje, bo tylko zachowywał a nie wytwarzał regularności. Niemniej jednak wskazał on kierunek, w jakim można by szukać lepszych rozwiązań.

W prezentowanej pracy uwzględniono również sugestie pracy Jonesa i Lewisa (1990), aby jednocześnie mieć na uwadze wszystkie najważniejsze cechy rozkładu, czyli te cztery, które są tam wymienione. Rzeczywiście, przede wszystkim nachylenie prostej, ale też wielkość dolnego progu i wzajemne uzależnienie pierwszego miasta od sumy zaludnienia w układzie, jak i bezwzględna wielkość tej sumy (dyktująca w niniejszej propozycji wartość kluczowego parametru), odegrały główną rolę w zbudowaniu testowanego modelu.

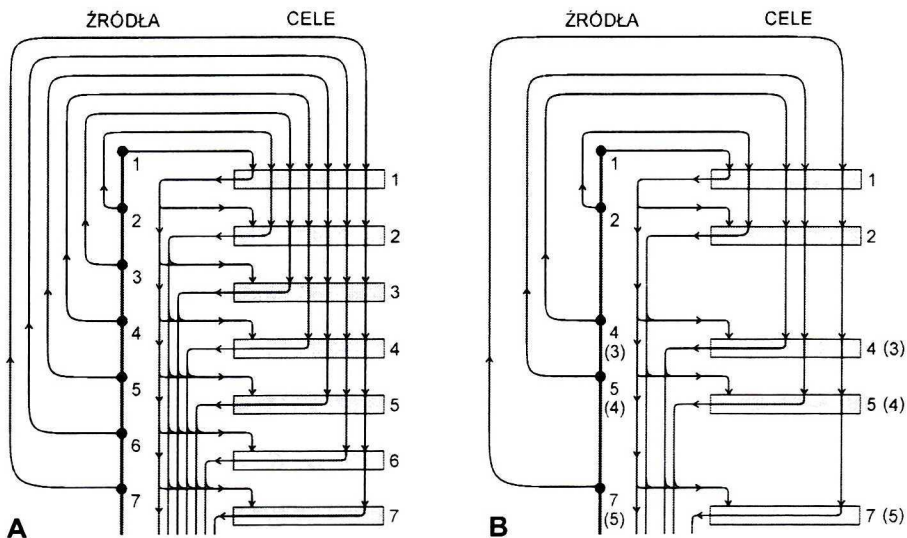
2.1. Algorytm przepływu kontaktów w sieci hierarchicznej

Wyciągając wniosek z wyżej omówionych założeń zaproponowano konkretny algorytm modelowania służący operacyjnej hipotezie generacji prawa Zipfa. Punktem wyjścia hipotezy jest przyjęcie swoistego układu relacji między miastami. Zakłada się więc, że miasta ustawione są w szereg hierarchiczny, w którym każde miasto łączy relacje ze wszystkimi „wyżej” postawionymi w hierarchii miastami oraz z samym sobą. Oznacza to pierwszeństwo w kontaktowaniu się: najpierw z miastem pierwszym, potem z drugim, w dalszej kolejności z trzecim itd. Ten hierarchiczny łańcuch kończy się na własnym rejonie i w modelowych symulacjach generowania kontaktów i ich równowagi będzie równoważny z kolejnością penetracji zbioru celów, w którym następują zaspokojenia (zakończenia) kontaktów wysyłanych ze źródła (własnego rejonu).

Reszta niezaspokojonych kontaktów będzie kierowana do rejonów leżących w hierarchii niżej, ale już bez rozróżniania kolejności. To ostatnie realizuje się przez proporcjonalny do wielkości poszczególnych rejonów rozdział porcji, na jaką w stworzonym przez nie wspólnie zasobie celów pozwoli selektywność akceptacji. Taki układ relacji w systemie ma ważną właściwość. Jest ona szczególnie dostrzegalna w zestawieniu go z tradycyjnym rozgałęzionym hierarchicznym układem, w którym hierarchia polega na przekazywaniu wszystkich relacji z jednostki pewnego szczebla do nadrzędnego ośrodka, który znowu łączy się wraz z innymi podobnymi w wyższe piętro mające swój nadrzędny ośrodek itd. (ryc. 20). Chodzi o to, że zaproponowany tu schemat pozwala na dowolne amputowanie części układu bez zakłócenia zasady jego organizacji. Odcięcie jednego miasta lub ich ciągu od dołu hierarchii, a także i od góry (łącznie z miastem największym) powoduje tylko w oczywisty sposób zanik dotyczących go relacji. Po ich zwykłym wymazaniu nie zostaje żaden ślad, który zdradzałby to, że układ został zmieniony. To samo dotyczy wytrącenia jakiegokolwiek miasta z wewnątrz ciągu hierarchicznego. Podobnie, dodanie miasta i umieszczenie go w dowolnym miejscu tego ciągu powoduje tylko potrzebę uruchomienia szeregu relacji z i do nowego elementu, ale nie wymaga żadnych zmian w przebiegu relacji dotychczasowych. W przeciwieństwie do tej sytuacji, w przypadku układu hierarchicznego, piętrowego (w tym i „christallerowskiego”) wymazanie jednego miasta powoduje albo zakłócenie równowagi przez osłabienie jakiejś grupy podporządkowanej, albo – co gorsza – utratę spójności układu, kiedy zanika ważny pośrednik relacji między piętrami hierarchicznymi. Tak więc proponowany układ hierarchiczny mając cechę łatwej „amputowalności” i „addytywności” jest bardzo elastyczny i odpowiada warunkom, w jakich rozwijał się system osadniczy, a zwłaszcza zbiór miast takiego systemu. Wyjaśnia to również względnie szybką adaptację tego zbioru do sytuacji drastycznie zmienionych przez przesunięcie granic politycznych, co można było zaobserwować choćby w systemie osadniczym Polski po pierwszej i drugiej wojnie światowej. Trzeba zauważyć, że podobna zasada obowiązuje

w systemie języka. Ludzie o bardzo różnym zasobie słów, nieraz nawet ze słabą znajomością danego języka potrafią się jednak porozumieć i sformułować bardzo wielką liczbę ważnych zdań. Istnieje więc zdolność funkcjonowania bez większych zakłóceń systemu o bardzo różnym stopniu rozbudowania w sensie liczby elementów. Również amputacja pewnych wyrażonych słów pozwala przeformułować szybko tekst wyrażając w inny sposób ten sam sens. Przy czym rzeczą godną również uwagi jest to, że łatwiej obyć się lub zastąpić słowa ze środka ciągu hierarchicznego niż najczęściej używane podstawowe wyrazy określające zasadnicze relacje między składnikami zdania, a także najbardziej konkretne nazwania osób lub przedmiotów biorących udział w opisywanej akcji lub opisywanym stanie.

Jest to jednak na razie tylko schemat relacji. Ich nasilenie, a więc suma relacji jednostkowych, zależy od liczby ludności w danym mieście, gdyż liczba ta odzwierciedla wielkość miejskiej aktywności jako generatora kontaktów-relacji. Trzymając się wyżej opisanych zasad konstruujemy więc system, w którym suma relacji jednostkowych jeszcze nie jest sztywno określona mimo określenia całej liczby ludności w układzie oraz liczby miast tworzących ten układ. Zależy bowiem ona od konkretnego rozdziału tej ludności między miasta zadanego zbioru. Możemy bowiem różnymi wielkościami zaludnienia obsadzić miejsca w układzie, o którym wiadomo tylko, jaki schemat relacji z resztą układu je obowiązuje.



Ryc. 20. Schemat łańcucha sieci hierarchicznej. Kolejność penetracji:
 (A) wariant bez pierwszeństwa dla własnego rejonu;
 (B) niezmienniona struktura tej samej sieci mimo zaniku rejonów 3 i 6

Źródło: Ryc. 20-43 – Opracowanie własne.

Tego rodzaju strukturę modelową, którą stosuje się do ogólnej formuły „przesunięcia ogólnego” można także przedstawić w postaci poniższych wzorów uwzględniających już częściowo oddziaływanie hierarchicznej sieci.

Tak więc na liczbę kontaktów ukończonych w rejonie j składają się kontakty G_j uzyskane od rejonów znajdujących się niżej w hierarchii oraz kontakty D_j przesłane przez rejony postawione wyżej.

$$B_j = G_j + D_j$$

przy czym w G_j zawarty jest też kontakt z własnym rejonem (gdy $i = j$). Będzie więc:

$$G_{j \neq 1} = \sum_{i=j}^n [e^{-pa_i} - e^{-p(a_i + a_j)}] Z_i$$

gdzie:

a_j – liczba celów w rejonie j ,

a_f – liczba celów rozważanych wcześniej niż a_j (zawartych w rejonach stojących wyżej w hierarchii niż j), tak że:

$$a_f = \sum_{l=1}^{j-1} a_l$$

Z_i – liczba źródeł w rejonie i ,

Z – liczba wszystkich źródeł w układzie.

Dla rejonu 1. położonego na szczycie hierarchii można zapisać wprost:

$$G_1 = \sum_{i=1}^n [1 - e^{-pa_i}] Z_i = [1 - e^{-pa_1}] Z$$

Drugi człon określa:

$$D_{j \neq 1} = \sum_{k=1}^{j-1} [e^{-pa_j} - e^{-pA_k}] Z_k \frac{a_j}{A_k}$$

$$A_k = \sum_{l=k+1}^n a_l \quad \text{gdy:}$$

$$a_f = \sum_{l=1}^k a_l$$

Oczywiście inaczej będzie to wyglądać, gdy rejon własny został umieszczony w tym samym przedziale hierarchicznym, co rejon 1. Jednak zarówno taki przypadek, jak i inne zakłócenia tej wzorcowej sieci hierarchicznej są wystarczająco sterowane w modelowaniu symulacyjnym przez odpowiedni zapis sieci.

Powyższe wzory służą tylko wglądowi w istotę „czystego” eksperymentu, a nie jako narzędzie obliczeniowe. Widać mianowicie, że pozycja 1. rejonu jest dlatego wyjątkowa, że napływ kontaktów jest niezależny od podziału zasobu źródeł i celów między rejonami. Rośnie on tak długo, jak długo wartość dystrybuanty rozkładu wykładniczego prawdopodobieństwa mnożona przez liczbę kontaktów wysyłanych w układzie nie zrówna się z liczbą celów zawartych w tym rejonie.

Sytuację mogłyby zmienić przyrost lub ubytek tej liczby kontaktów, czyli źródeł. Jeśli przyrost źródeł w układzie idzie w parze z przyrostem celów, to przy stałym p sytuacja jeszcze bardziej się zmienia w kierunku przyspieszenia wzrostu. Dotyczy to jednak takiej wartości p , kiedy w ogóle w ramach układu może gdziekolwiek wystąpić sytuacja, gdy przyrost zakończonych kontaktów jest większy od przyrostu okazji na wykresie dystrybuanty. Na przykład, gdy układ dysponuje milionem celów (okazji) i milionem źródeł (kontaktów), zawiera 20 rejonów, z których każdy ma na początku 50 000 celów, to graniczna wartość p wynosi ok. 0,00000102. Tylko wyższe wartości (np. 0,000002) mogą wywołać wzrost takiego rejonu, jeśli jest rejonem najwyższym w hierarchii. Wszystkie inne rejony przesuwane są właśnie przez wzrost pierwszego rejonu do coraz mniej korzystnych przedziałów dystrybuanty rozkładu prawdopodobieństwa, gdzie stosunek frakcji prawdopodobieństwa do frakcji celów jest coraz niższy (wypukła krzywa dystrybuanty). Część rejonów znajduje się od razu w strefie, gdzie muszą wskutek tego tracić z iteracji na iterację. Tym właśnie ten rodzaj sieci różni się od sieci przestrzennych, gdzie zazwyczaj dystrybuanty budowane dla poszczególnych rejonów źródłowych zawierają w różnych swoich odcinkach efekty spenetrowania danego rejonu celowego, co stwarza skomplikowaną grę między rejonami.

Szczególną sytuację stwarza jednak w naszej wersji modelowania to, że nie chodzi bezpośrednio o migracje utożsamiane z ulokowaniem kontaktów, ale o zróżnicowanie mas źródłowych i celowych wewnątrz układu odbijające w sobie przepływ kontaktów organizujących długoterminową działalność społeczno-gospodarczą i pozycję regionu w znacznie szerszym otoczeniu, gdzie większość kontaktów zapoczątkowanych w regionie dopiero się zakończy. W ten sposób element naszego modelowanego układu jest nie tylko źródłem lub celem, ale w głównej mierze raczej pośrednikiem w długich i szeroko rozprzestrzeniających się łańcuchach akcji. Odpowiada to aktualnym mechanizmom ekonomicznym i kulturowym cywilizacji w XX w., a także już w znacznej mierze XIX w.

Tak więc wynik każdego kolejnego rozkładu akceptacji w rejonach naszego układu służy do rozlokowania źródeł i celów wewnątrz układu, tak aby wielkość rejonu odpowiadała jego zadaniom w przejmowaniu i wysyłaniu dalej relacji żywotnych dla całości. Odbywa się to przez normowanie liczebności źródeł i celów po każdej iteracji. Wymodelowany przepływ daje obraz zróżnicowanego obciążenia rejonów, czyli poszczególnych miast (z którymi utożsamiamy te rejony).

2.2. Modelowanie generujące rozkład kolejności-wielkości i hipoteza wystarczającego otwarcia systemu

Zaproponowano bardzo prosty mechanizm zmian, dość dobrze poznany i uwiarygodniony przez wcześniejsze symulacje procesów osadniczych, dlatego że jest to wówczas mechanizm prowadzący do stanu równowagi. Polecono również dość prostą sieć wzajemnej dostępności rejonów, która zgodnie z powyższym mechanizmem ustala kolejność (i tylko kolejność) przepływu penetrujących relacji. Żaden dodatkowy czynnik różnicujący zachowanie się rejonów nie został im narzucony.

Dlatego oczekuje się, że powtarzające się „fale” kontaktów doprowadzą, w trakcie zbliżania się do stanu równowagi, do takiego układu liczby zawartych w rejonach celów, który będzie odpowiadać rozkładowi według prawa Zipfa.

W stosunku do zwykłych „modeli przesunięć”, odtwarzających przestrzenne rozmieszczenie koncentracji wprowadzono jednak, pewną, dość istotną modyfikację. Liczba zakończonych kontaktów (liczba akceptacji ulokowanych w rejonach celów) nie jest bowiem wprost jednoznaczna z liczbą zachodzących migracji. Rozłożenie akceptacji w ramach poddanej symulacji sieci tworzy obraz określonego, nierównomiernego zapotrzebowania na obsługę tych kontaktów, które powinno znaleźć zwykle proporcjonalne odbicie w rozkładzie ludności. W ten sposób jest to raczej obraz sił wywołujących migrację i wpływających na rozmieszczenie atrakcyjnych czynników (przede wszystkim miejsc pracy), a nie bezpośrednio ruchów przesiedleńczych ludności. Dzieje się tak, ponieważ w przeciwnym razie albo wszystkie kontakty musiałyby się zawrzeć w ramach opisanego siecią zbioru miast albo trzeba by pozwolić na spadek liczby mieszkańców spowodowany migracjami na zewnątrz, poza układ, spadek tym szybszy im „ostrzejsza” byłaby selektywność (im mniejsza wartość p).

Trzeba wyjaśnić, że podjęto również czysto teoretyczną próbę modelowania z taką wartością parametru selektywności, aby zapewnić bardzo wysokie (0,999) prawdopodobieństwo ukończenia kontaktów w ramach własnego zasobu celów w układzie. Próby te jednak, przy zadanej tu sieci, prowadziły do absolutnej koncentracji w pierwszym, hierarchicznie najwyższym rejonie, a nie do charakterystycznego dla reguły kolejności-wielkości udziału pozostałych rejonów.

W ślad za tym można sformułować następną hipotezę – hipotezę: rozkład wielkości miast o cechach odpowiadających prawu Zipfa powstaje w systemach osadniczych o bardzo wysokim stopniu otwarcia.

Jest to hipoteza dlatego ważna, że wiele wcześniejszych prób interpretacji prawa Zipfa wiązało jego istnienie z systemem miast, zakładając, niejako automatycznie raczej silne domknięcie i prawie autarkię tego systemu. Takich cech można domyślać się w obrazie kreślonym przez teorię miejsc centralnych Christallera, tak trudną do pogodzenia z rozkładem Zipfa.

Aby sprawdzić przytoczone wyżej hipotezy, a raczej zbiorczą hipotezę ogólną zakładającą ich wspólne działanie przeprowadzono wiele modelowań na abstrakcyjnym układzie.

Ilościowe charakterystyki modelowanego układu są następujące:

Liczba rejonów. Posłużono się zbiorem 20 oraz 30 rejonów. W następstwie przyjętej w dalszej fazie modelowań zasady, aby uwzględnić zwrotne oddziaływanie otoczenia, wprowadzono dodatkowy rejon, a więc układy objęły odpowiednio 21 oraz 31 rejonów.

Liczba źródeł i celów kontaktów w układzie. Dla zbioru 20 rejonów liczba celów wyniosła w sumie 1 000 000, dla 30 rejonów tyle samo (przy innym przydziale dla rejonu).

Z chwilą wprowadzenia rejonu reprezentującego otoczenie przypisano mu 1 000 000 celów oraz w jednym wariancie 50 000 000.

We wszystkich wariantach modelowania i we wszystkich jego fazach obowiązywała zasada, że w każdej iteracji na jej starcie liczba źródeł jest w każdym rejonie równa liczbie celów.

Parametr selektywności. Największym zróżnicowaniom podlegała wartość p odpowiadająca gęstości prawdopodobieństwa w rozkładzie ujemnym wykładniczym odgrywająca rolę kluczowego parametru w modelu rozsyłania kontaktów. Jej konkretna wartość jest uzależniona od liczby celów lub, inaczej mówiąc, od sposobu wyskalowania elementów „masy pochłaniającej” kontakty. Użyty aparat obliczeniowy zgodnie z naturą zawartego w nim rozkładu prawdopodobieństwa daje bowiem te same wyniki po pomnożeniu parametru selektywności (p) przez liczbę rzeczywistą różną od zera, przez którą jednocześnie podzielono liczby celów w rejonach. Pozwala to na różną „reprezentację” mas celowych (mówiąc językiem opracowań transportowych: „mas ruchotwórczych”). Odpowiednio do tego zamiast powiększać proporcjonalnie liczebność celów w układzie, gdy chodzi o proces równomiernego wzrostu zaludnienia (np. jako zjawisko demograficzne) wystarczy operować tylko odpowiednio zmniejszając wartość p .

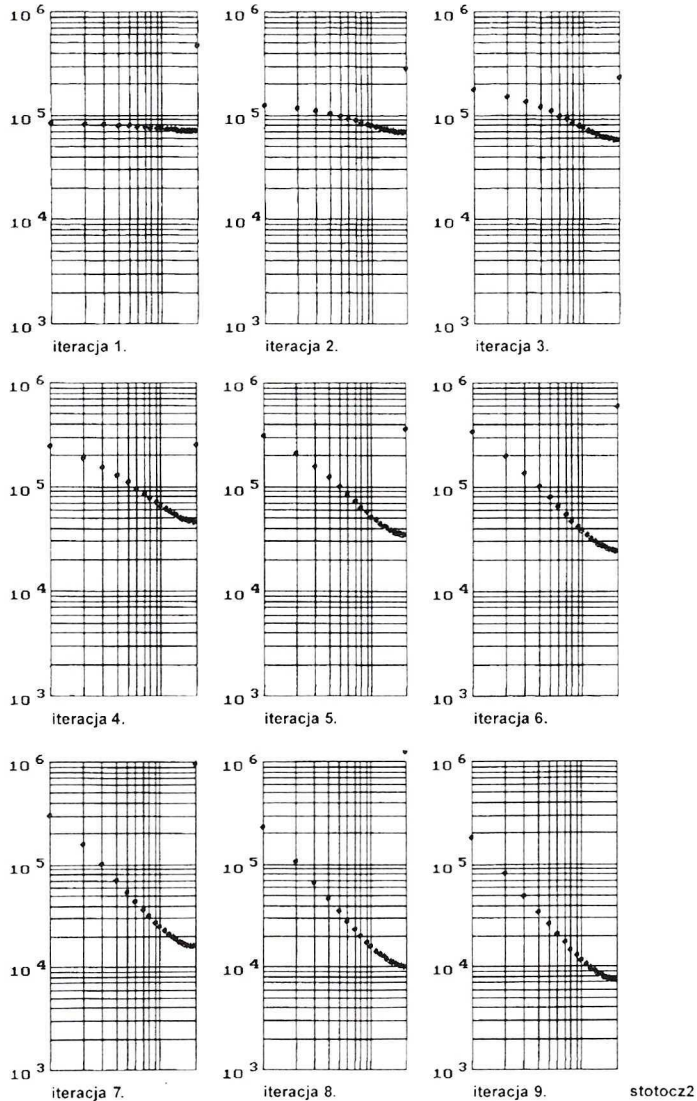
Używano więc od $p = 0,0001$ aż po $p = 0,00000005$, najczęściej wartości zbliżone do tej ostatniej p .

Każdy wariant mógł operować albo jedną wartością parametru przypisywaną wtedy wszystkim rejonom, albo też listą różnych wartości indywidualnych dla rejonu źródłowego. Istotne jest to, że selektywność nadana kontaktom w rejonie źródłowym nie zmienia się w trakcie penetracji kolejnych rejonów, które mogą mieć inne źródłowe selektywności własne. Selektywność, która jak wiadomo, jest równoważna prawdopodobieństwu akceptacji losowo wybranego celu, jest więc tutaj cechą kontaktu, nie zaś konkretnej atrakcji przyciągającej ewentualnie ten kontakt.

Serie obliczeniowe. Każdy wariant modelowania przebiegał jako sekwencja iteracji, w których stan początkowy odpowiadał stanowi uzyskanemu w iteracji

poprzedzającej bez ingerencji zewnętrznej. Liczba iteracji wahała się od kilku, gdy próbowano efektów danego zestawu danych do paruset (np. 250 lub nawet 300), gdy sprawdzano stabilność wygenerowanej konfiguracji (ryc. 21).

Przeprowadzono łącznie 89 różnych modelowań wykonując dla każdej iteracji wykres wyników wielkości dla każdego rejonu w postaci nakład-



Ryc. 21. Przykładowe wykresy kolejności-wielkości kolejnych iteracji modelowania wariantu z uwzględnieniem ostatniego rejonu reprezentującego otoczenie poza modelowanym systemem

jących się na siebie linii obrazujących zmiany zachodzące w czasie całego modelowania. Wykres ten obserwowano na ekranie monitora w zwykłej skali. Oprócz tego każda iteracja każdego modelowania była ilustrowana oddzielnie wykresem w skali podwójnie logarytmicznej, co pozwalało określić zbieżność z klasycznym kształtem wykresu według prawa Zipfa.

W sumie obserwowano więc 89 wykresów pierwszego rodzaju oraz ok. 6700 drugiego rodzaju. Wybrane przykłady wykresów zamieszczono w prezentowanym opracowaniu jako ilustracje wyników mających znaczenie dla interpretacji regularności i oceny głównej hipotezy.

Różnorodność sporządzonych modelowań wynika w zasadzie z dwóch przyczyn. Pierwsza to dobieranie odpowiednich wartości parametru selektywności, druga zaś o bardziej istotnej roli dotyczy modyfikacji warunków na wejściu oraz samej hierarchicznej sieci dostępności. Podczas gdy pierwsza przyczyna łączy się w próbą najlepszego „wykalibrowania” mechanizmu, druga wynika z potrzeby sprawdzenia czułości tego mechanizmu na zakłócenia powstające w oczywisty i nieunikniony sposób. Wyidealizowany mechanizm modelowy, a przede wszystkim jego podstawowy składnik – struktura sieci hierarchicznej ma znikome szanse objawiać swoje działanie w czysty, sterylny sposób w złożonej rzeczywistości regionu lub kraju. Dlatego istnieje potrzeba sprawdzenia, jakie nasilenie deformacji modelowego układu pozwala zachować względnie mało zmieniony efekt jego czystego działania, efekt zmieniony w takim stopniu, w jakim objawia go obserwacja rzeczywistych układów w systemie osadniczym.

Dlatego większość wariantów modelowania polega na wprowadzaniu zmian w zbiorach danych, a to w a) tabeli wzajemnej dostępności rejonów – jest to ingerencja w samą sieć hierarchiczną, b) tabeli opisującej wstępne rozłożenie źródeł i celów dopuszczające determinujący wpływ zaistniałych z różnych przyczyn koncentracji, do czego należy dodać wspomniane wyżej c) różne wartości parametru p (selektywności) stosowanej jako jedna wartość dla wszystkich kontaktów lub jako zestawy wartości dotyczących kontaktów wysyłanych przez poszczególne rejony.

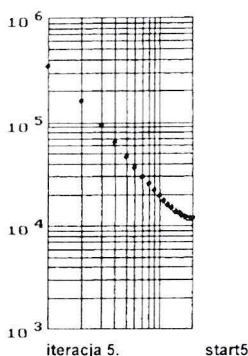
2.3. Przebieg modelowania

2.3.1. Generowanie regularności

Pierwsza seria wariantów modelowania operująca w hierarchicznej sieci („m 1”) miała za zadanie dobór przedziałów selektywności zapewniającej możliwie najlepsze zbliżenie wyników do rozkładu realizującego prawo Zipfa. Wartości większe od 0,0000001 przynosiły wyniki o nachyleniach wykresu podwójnie logarytmicznego bardzo bliskie 135° i o prostoliniowym profilu oprócz prawego końcowego odcinka obejmującego rejon hierarchicznie najniższe.

Ponieważ sytuacja początkowa była standardowa, tzn. wszystkie rejony miały jednakowy ładunek źródeł i celów wynoszący 50 000, oznaczało to wzrost

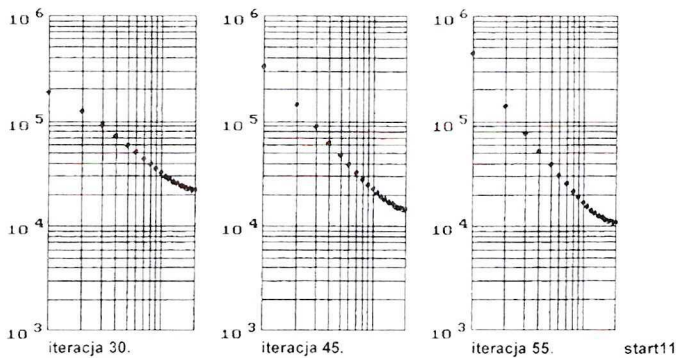
tym większy im wyższa hierarchicznie pozycja, co odpowiada niższemu numerowi rejonu. Tak więc już po niewielu iteracjach – w 5., 6. lub 7. iteracji pojawia się linia charakterystyczna dla prawa Zipfa ze wspomnianym wyżej zniekształceniem, na które składa się spłaszczenie wykresu przy kilku (ok. 6) najniższych wartościach, co nadaje profilowi wykresu kształt zbliżony do kija hokejowego (tak też będziemy określać dalej ten rodzaj niezgodności z idealnym przebiegiem) (ryc. 22). Jednak dalsze iteracje prowadzą do tego, że wykres staje się coraz bardziej stromy, a rejon pierwszy zaczyna dominować (wyłamując się z linii prostej, zwiększa przewagę nad rejonem 2. i następnymi).



Ryc. 22. Wyniki modelowania sieci hierarchicznej na początkowym etapie procesu symulacyjnego

Oczywiście tempo tych zmian zależy od p . *Nota bene* dygresyjne w stosunku do głównego ciągu działań modelowanie według zasady „przesunięcia celów” (a więc bez zmian w rozłożeniu źródeł kontaktów) prowadziło przy selektywności $p = 0,000001$ do rozłożenia samych celów bliskiego prawa Zipfa już w iteracji 4. i 5., po czym również wykres stawał się zbyt stromy, ale zachowując prostoliniowy profil. Ponieważ selektywność zapewniająca to, że w trakcie penetracji układu znajdzie akceptację ok. 99,9% kontaktów, jeśli układ zawiera 1 000 000 celów, odpowiada wartości $p = 0,000007$ można powiedzieć, że pierwsza seria, nie zapewniając tego poziomu akceptacji, jednak niewiele od niego odbiegała (przykładowo $p = 0,000001$ zapewnia 63%, $p = 0,000002$ nawet 86%), a wprowadzenie tej „naturalnej” wartości 0,000007 sugerującej niemal samowystarczalność i izolację układu daje już w 3. iteracji bardzo stromy wykres z silną dominacją rejonu pierwszego, w którym lokuje się cały zasób celów.

Następna seria operuje wartościami p niższymi. Najlepsze okazuje się $p = 0,0000001$ („start 11”). W iteracji 30. pojawia się bardzo dobre nachylenie (135°), bez dominacji, a dalsze iteracje przynoszą bardzo słaby regularny i wolny przyrost stromizny, tak że można mówić o dość dużej stabilności cech rozkładu odpowiadającego prawu Zipfa oprócz widocznego i tu spłaszczenia „hokejowego” (ryc. 23).



Ryc. 23. Modelowanie sieci hierarchicznej – zastosowanie niskiej wartości parametru selektywności

Bardzo podobne rezultaty dają $p = 0,0000005$. Zastosowanie w następnej serii selektywności zróżnicowanych dla rejonów, tak że wartość zmienia się (od 0,0000008 dla pierwszego rejonu do 0,0000020 oraz od 0,0000001 do 0,000095) nie polepszają wykresu, czyli nie likwidują „hokejowego” spłaszczenia, a w ostatnim wariancie nawet je poszerzają przy szybkiej koncentracji w rejonie 1.

2.3.2. Zakłócenia w sieci łańcucha hierarchicznego

Następnie wprowadzono modyfikację w tabeli odległości. Polega ona na tym, że dla każdego rejonu źródłowego w jego wierszu tabeli pierwszy przedział odległości zajmuje on sam, a nie rejon 1. (ryc. 24).

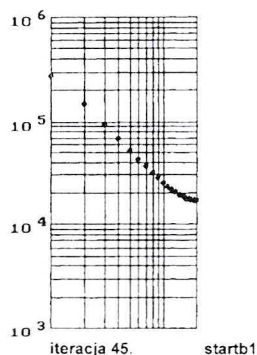
Wyniki z selektywnością $p = 0,0000001$ są zbliżone do „start 11”, ale pojawia się lekka sinusoidalność – niewielki niedobór w rejonie 1. na szczycie wykresu. Następna modyfikacja to umieszczenie w pierwszym przedziale odległości rejonu 1. razem z własnym rejonem, a więc w pewnym stopniu przywrócenie wyjściowej hierarchii (ryc. 25). Dla $p = 0,0000001$ bardzo dobre nachylenie wykresu osiągnięte w iteracjach od 41. do 47., jednak ze znacznym spłaszczeniem na końcu.

W dalszym ciągu zastosowano zmiany w tabeli dostępności mające już charakter zakłóceń zaburzających czystość schematu hierarchicznego. Opierając się na pierwotnej sieci „m 1” utworzono w niej szereg „półek” osadzając w jednym przedziale odległości po 2, 3 lub 4 rejonu zamiast w odrębnych, jak dotychczas – przedziałach. Oznacza to brak wśród nich hierarchicznego zróżnicowania, czyli jednakowy podział akceptacji celów przypadającej na ten przedział odległości hierarchicznej. Taka półka pojawiła się zasadniczo w co drugim wierszu i w każdym z tych wierszy tylko raz („mplat”) (ryc. 26).

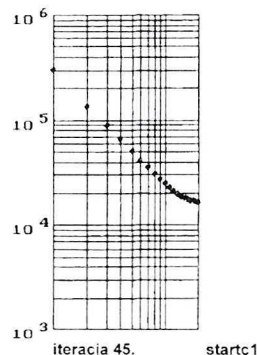
Znów najlepsze rezultaty dało $p = 0,0000001$, tj. dobre nachylenie przy pewnej dominacji 1. i 2. rejonu i powiększeniu efektu „hokejowego”.

Zestawienie dwóch zakłóceń: sieci „mplat” oraz chaotycznego zestawu selektywności różniące rejon (wartości od 0,000001 do 0,000200 rozrzucone przypadkowo) nie zmieniło kolejności hierarchicznej w zakresie wielkości wynikowych, ale zwiększyło stromiznę i przyspieszyło koncentrację.

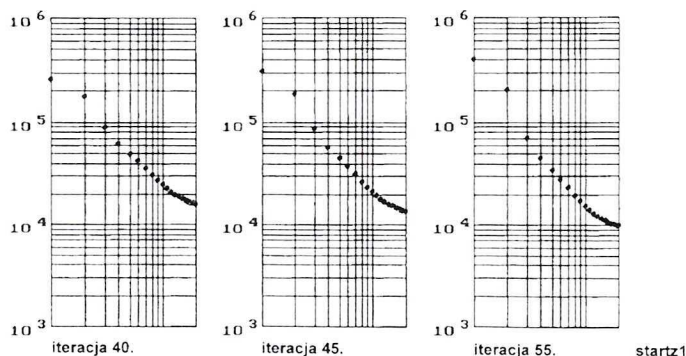
Następnie przekształcono tabelę odległości, tak aby w pierwszym wierszu (dla rejonu 1.) własny rejon pojawił się powtórnie na końcu, tak aby przesyłane przezeń kontakty, które nie zostały ukończone w ramach układu, mogły być powtórnie asymilowane w jakimś stopniu przez rejon 1. jako najszybciej rosnący, a więc największy w zbiorze („m 1 powr”). Selektywność $p = 0,0000001$ daje dość dziwny wynik, a mianowicie nieoczekiwane spłaszczenie wykresu u góry (sinusoidalny kształt), zaś selektywność $p = 0,000001$ podobnie, tylko znacznie bardziej stromy profil.



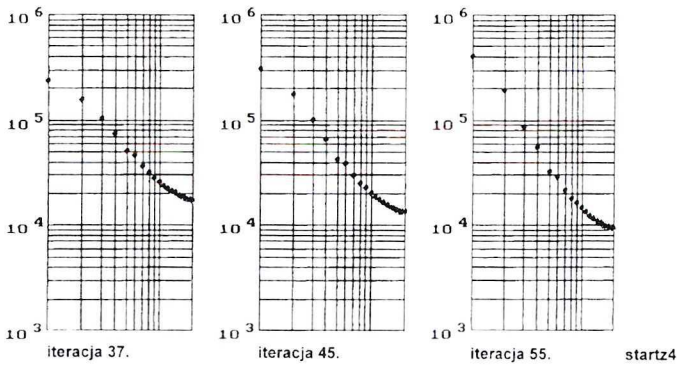
Ryc. 24. Modelowanie z zakłóconą siecią hierarchiczną – pierwszy przedział odległości obejmuje tylko rejon źródłowy



Ryc. 25. Modelowanie z zakłóconą siecią hierarchiczną – pierwszy przedział odległości wspólny dla rejonu źródłowego oraz 1. rejonu



Ryc. 26. Modelowanie z zakłóconą siecią hierarchiczną – wspólne dla kilku rejonów przedziały odległości w co drugim wierszu tabeli odległości



Ryc. 27. Modelowanie z zakłóconą siecią hierarchiczną – wspólne dla kilku rejonów przedziały odległości w każdym wierszu tabeli odległości

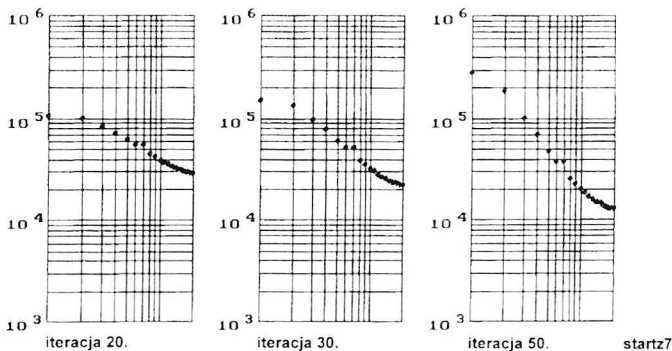
Wracając do zakłóceń w hierarchii:

Dalsze zmiany w tabeli odległości („m plat 2”), takie że „półki” występują już w każdym wierszu pozwalają utrzymać charakter i nachylenie wykresu nie odbiegające daleko od wzorcowego, choć niewielkie półki oraz uskok pozostają widoczne przy lekkiej tendencji do sinusoidalności profilu (ryc. 27).

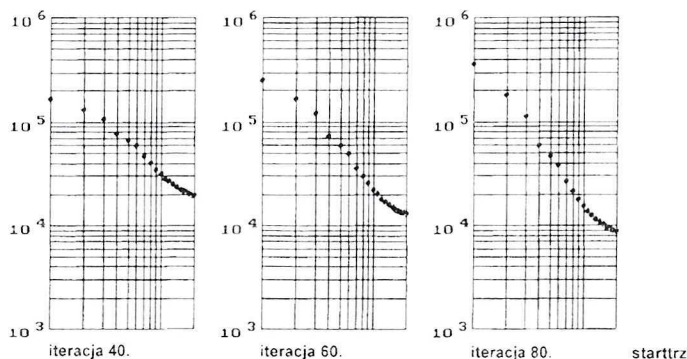
2.3.3. Rozszczepienie wierzchołka hierarchii

Następne zakłócenie ma głębszy charakter, bo w miejsce rejonu 1., a więc na pierwszym miejscu w wierszu tabeli („mpatr”) pojawia się w co trzecim wierszu rejon 2., 4., lub 7. Jest więc tak, jakby istniały trzy patronalne rejonu podporządkowujące sobie pewną część układu (ryc. 28).

Przy $p = 0,0000001$ ogólne nachylenie wykresu jest właściwe, pojawia się lekka sinusoidalność oraz półka. Zakłócenie w kolejnej wersji tabeli („m trzy”



Ryc. 28. Modelowanie z zakłóconą siecią hierarchiczną – trzy patronalne rejonu podporządkowujące sobie część układu



Ryc. 29. Modelowanie z zakłóconą siecią hierarchiczną – trzy niezależne wątki na początku tabeli

oraz „m trzy 1”) polega na pojawieniu się trzech niezależnych wątków na początku tabeli (do rejonów 6. i 12. włącznie), które stawiają na czele hierarchii odpowiednio rejony 1., 2. i 3. Czternaście lub osiem ostatnich rejonów ma wiersze zbudowane normalnie, a w pierwszym przedziale znajdują się wszystkie trzy patronalne rejony na raz (ryc. 29). Modelowanie z $p = 0,0000001$ daje dość stabilny wykres o nachyleniu nieco mniejszym niż 135° ze spłaszczeniem wyrównującym pierwsze trzy rejony patronalne oraz skośną półkę za nimi.

2.3.4. Nierówne masy początkowe

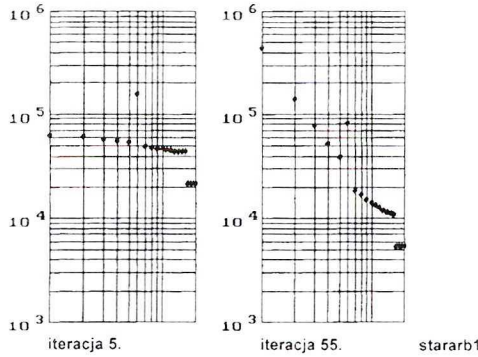
Nastąpiły teraz zakłócenia w postaci arbitralnie zmienionej masy, czyli liczby źródeł i celów jako stanu początkowego.

Było to wprowadzenie trzy razy większej masy dla rejonu 1. (po 150 000 zamiast 50 000 celów i źródeł), a dalej podobne zwiększenia dla rejonu 6. oraz 13. w innych wariantach. Towarzyszyło temu zmniejszenie masy w czterech ostatnich rejonach o połowę (ryc. 30).

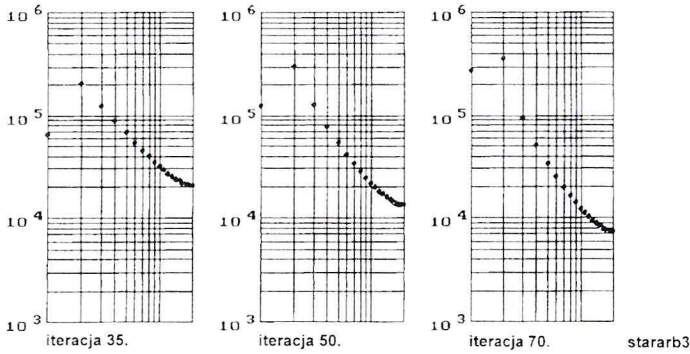
Modelowanie reagowało na to silną dominacją rejonu 1., gdy był on *a priori* większy, natomiast gdy dotyczyło to rejonu 6., a potem 13., to w obu przypadkach wykres osiągał dobre nachylenie (ok. 135°), a nadmierna wielkość uprzywilejowanego rejonu była powoli redukowana. Ten zasadniczy profil okazał się stabilny, chociaż odskok w górę w rejonie uprzywilejowanym pozostawał widoczny (należy pamiętać, że zamiana miejsc na osi, zgodnie z zasadą wykresu kolejności według wielkości, doprowadziłaby do ledwie zauważalnego zniekształcenia).

Ingerencja odwrotna – zmniejszenie czterokrotne początkowej masy w rejonie 1. (do 12 000) dała przy $p = 0,0000001$ właściwy profil oprócz zbyt małego, ale powoli rosnącego rejonu 1. (ryc. 31).

Jednak wartość parametru $p = 0,0000005$ sprawia, że rejon 1. bardzo szybko rośnie, w iteracji 16. przegania rejon 2. (który zdążył już znacznie wzrosnąć),



Ryc. 30. Modelowanie z zakłóceniem masy początkowej. Trzykrotnie większa liczba źródeł i celów w rejonie 6. kosztem czterech ostatnich rejonów



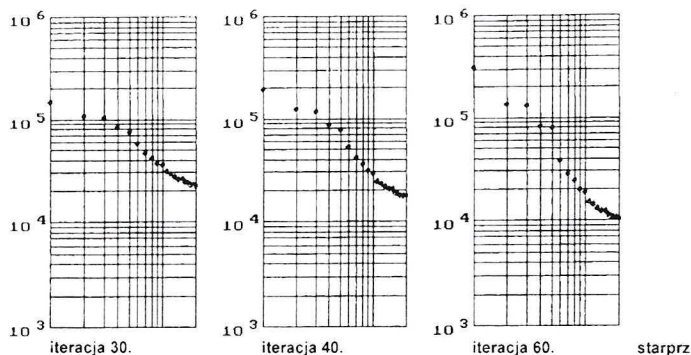
Ryc. 31. Arbitralne uposledzenie masy początkowej w rejonie na 1. pozycji hierarchicznej

a w 31. iteracji już nie widać uposledzenia, widoczna jest natomiast silna dominacja 1. i 2. rejonu.

Takie same uposledzenie rejonu 6. pozostawia stały ślad na wykresie, który poza tym jest gładki i w miarę stabilny.

2.3.5. Chaotyczne zakłócenia relacji hierarchicznych

Następnie przystąpiono do wprowadzania zakłóceń przypadkowych zniekształcających teoretyczną, regularną strukturę przyjętej sieci hierarchicznej. Zamiana przypadkowa miejsc rejonów prawie w każdym wierszu, a niekiedy po kilka (w sumie dotyczyło to ok. 30 pozycji), jednak bez naruszania zasady wzrastającej rozróżnialności, tj. coraz mniejszych wspólnych przedziałów przyniosła niewielkie załamania linii wykresu o dobrym nachyleniu przy dużej stabilności i, jak niemal zawsze, niewielkim „hokejowym” spłaszczeniu na końcu (ryc. 32).

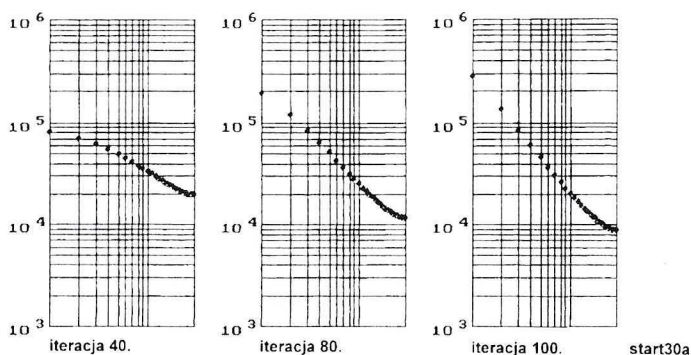


Ryc. 32. Chaotyczne zakłócenia sieci hierarchicznej – przypadkowa zamiana miejsc w ok. 30 przypadkach

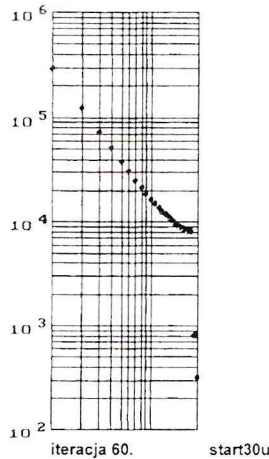
Dodanie dalszych zakłóceń w formie przesunięć rejonów, spłaszczeń (powiększeń wspólnych przedziałów, czyli zaniku rozróżnienia odległości) oraz paru rozwarstwień (podziału) dotychczas wspólnych przedziałów prowadziło do większej liczby załamań, lokalnych wybrzuszeń itd., ale nie likwiduje ogólnego charakteru profilu wykresu, zwłaszcza gdy dokona się przemieszczeń punktów na pozycje właściwe ze względu na kolejność rozmiarów.

2.3.6. Zwiększenie liczebności rejonów

Następna seria modelowań była prowadzona na półtora raza większym zbiorze punktów (30 rejonów). Selektyność $p = 0,0000001$ i przy regularnej sieci hierarchicznej „me 30” dała ok. 40. iteracji bardzo regularny wykres Zipfa z lekkim „hokejem” na końcu, a w dalszych iteracjach lekkie zwiększenie stromizny, ale selektyność ostrzejsza $p = 0,00000005$ daje w efekcie prawie idealny



Ryc. 33. Modelowanie dla sieci hierarchicznej w zbiorze 30 rejonów z selektynością 0,00000005



Ryc. 34. Modelowanie dla 30 rejonów z arbitralnie zmniejszonymi masami początkowymi czterech rejonów ostatnich w hierarchii

profil i jego stabilność (ryc. 33). Arbitralne przydzielenie mniejszych początkowych mas czterem ostatnim rejonom (rejon 27., 28., 29. po 3300, a rejon 30. tylko 1300 celów) prawie zupełnie likwiduje hokejowe spłaszczenie powodując opadnięcie w dół wykresu ostatnich rejonów (zresztą podobne do tych, które obserwuje się na wykresach z rzeczywistości) (ryc. 34).

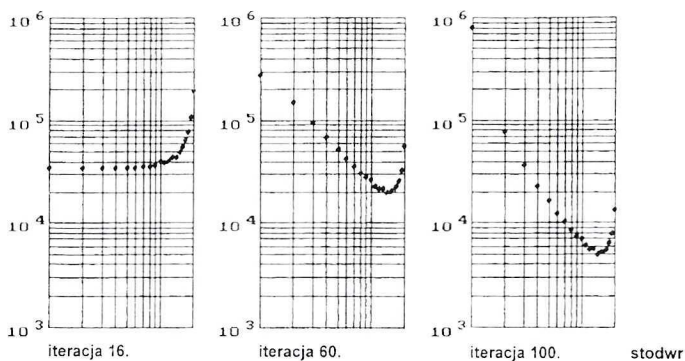
W innej wersji zakłócenia, trzykrotnie za duży rejon 5. podlega skutecznej redukcji.

2.3.7. Wstępne zadanie konkretnego rozkładu wielkości

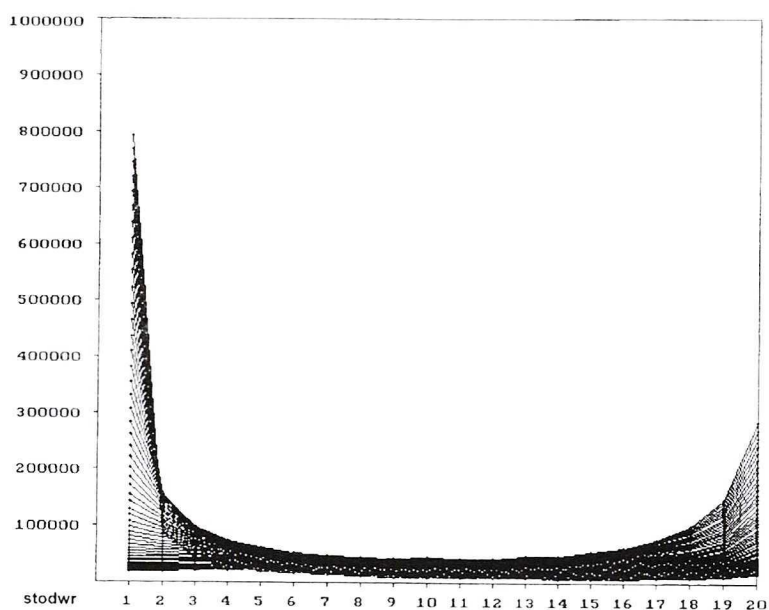
Aby odwzorować zmianę pozycji hierarchicznej rejonu w ramach mniej więcej ustabilizowanego układu, wprowadzono jako początkowy zamiast równomiernego rozkładu, rozkład zgodny z prawem Zipfa, ale z zamianą trzech rejonów. W efekcie utrzymujący się zadany kształt co prawda ulega bardzo niewielkiemu wyrównaniu, ale odkształcenia uporczywie trwają.

Ciekawe w tym świetle okazuje się to, że zadanie na wstępie odwróconego rozkładu Zipfa (rejon największy na końcu tabeli, a najmniejszy na początku) jest przy $p = 0,0000001$ bardzo szybko korygowane (ok. 16. iteracji lewy koniec – początek wykresu zaczyna się dźwigać do góry). W iteracjach powyżej 60. jest już dobry kształt, a tylko utrzymuje się zamiast „hokejowego” spłaszczenia zadarcie wykresu w górę (ryc. 35 i 36).

Łagodniejsza selektywność $p = 0,000010$ odwraca wykres radykalnie szybko – już w 3. iteracji nie ma śladu odwrotnej kolejności, a stromizna wykresu jest bardzo znaczna, po czym wszystko zostaje „wysysane” przez rejon 1.



Ryc. 35. Początkowe rozmieszczenie mas odwrotne względem prawa Zipfa



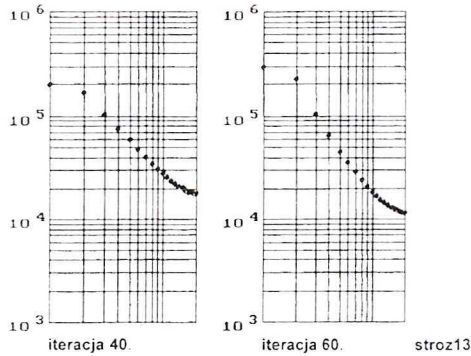
Ryc. 36. Przebieg iteracji w modelowaniu o początkowym rozkładzie mas odwrotnym względem prawa Zipfa

Pośredni obraz daje $p = 0,000001$ i $p = 0,0000005$, gdzie korekta odwrócenia zaczyna się też wcześniej, ale jest znacznie wolniejsza oraz $p = 0,00000005$ z nieco późniejszym wzrostem rejonu 1.

2.3.8. Odmienny kontakt rejonu najwyższego w hierarchii

Szczególne ustawienie rejonu 1., tak aby nie kontaktował się ze sobą i aby dopiero na końcu po rozesłaniu kontaktów do całego zbioru penetrował własne

cele daje, przy różnych selektywnościach, różne stromizny prostolinijnego wykresu z niedoborem wielkości w rejonie 1. i z lekkim „hokejem”, $p = 0,0000001$ i tu daje najlepszy wynik, jeśli chodzi o nachylenie, ale nie radzi sobie także z za małym rejonem 1. (ryc. 37).



Ryc. 37. Rejon na pierwszej pozycji hierarchicznej kontaktuje się z własnymi celami na końcu

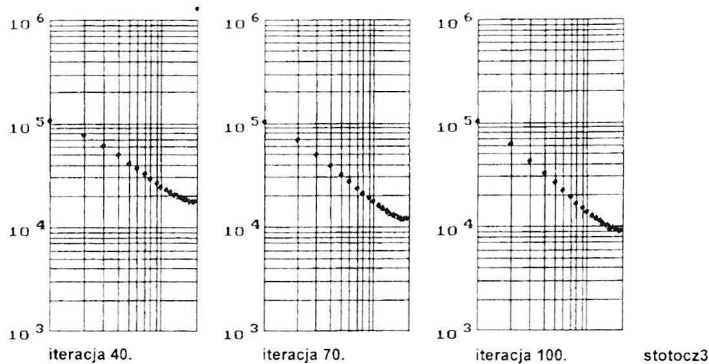
Zupełne wyeliminowanie kontaktu rejonu 1. z własnym zasobem celu daje bardzo podobne efekty.

2.3.9. Dodatkowa reprezentacja otoczenia

Dość zasadniczą zmianę stanowi dodanie w następnych modelowaniach dodatkowego rejonu (21. i odpowiednio 31.), który dla obu rozmiarów zbioru ma reprezentować jego otoczenie. Zgodnie z tą funkcją dodatkowy rejon otrzymuje za pośrednictwem rejonu 1. niezrealizowane w zbiorze kontakty, sam zaś oddaje swoje kontakty wszystkim rejonom układu (zgodnie ze sposobem, w jaki model obdziela rejonu zawarte w jednym przedziale odległości, proporcjonalnie do ich wielkości). Jest to więc pewna forma reakcji otoczenia zasilająca układ na zasadzie wymiany. Przyjęto, że ten dodatkowy rejon ma wymiar początkowy równy całemu zasobowi układu, a więc 1 000 000 celów i źródeł.

W sekwencji modelowań różniących się selektywnościami (od $p = 0,0000001$ do $p = 0,0000005$) uzyskuje się wykres bardzo zbliżony do prawa Zipfa o niezwykłej stabilności, nie zmieniający się prawie wcale przez kilkadziesiąt iteracji (ryc. 38., także ryc. 21). Tu również selektywność łagodniejsza $p = 0,000001$ wywołuje zbyt silną koncentrację – zbyt stromy wykres.

Natomiast $p = 0,0000002$ daje wynik niemal idealny o bardzo wielkiej stabilności. Przypisanie rejonowi 21. jako otoczeniu selektywności $p = 0,000007$ pozwalającej w pełnym zasobie 1 000 000 zaspokoić nie mniej niż 99,9% kontaktów, tworzy następny wariant modelowania, który także przynosi bardzo dobrą zgodność z prawem Zipfa i wielką stabilność tego rozkładu.



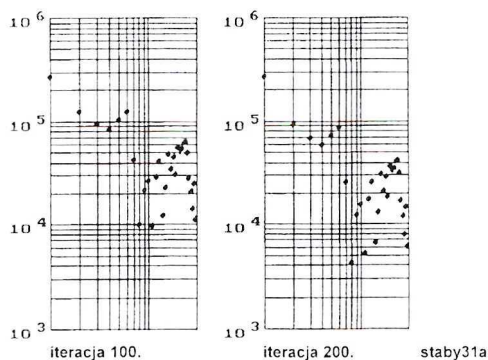
Ryc. 38. Modelowanie w sieci hierarchicznej dla 20 rejonów z dodaniem 21. rejonu reprezentującego otoczenie. Selektywność 0,0000001

Takie samo postępowanie zastosowane następnie dla 31. – rejonowego układu $p = 0,0000001$ i $p = 0,0000002$ (oraz $p = 0,000007$ dla rejonu 31.) dało również dobry rezultat, którego nie zmieniło w istotny sposób zaostrenie selektywności aż do $p = 0,00000001$. Otrzymawszy tak zadowalające efekty przystąpiono ponownie do uwzględnienia wpływu różnorodnych zakłóceń w tak uformowanym, obejmującym otoczenie zbiorze. W kolejnych modelowaniach pojawiało się więc: arbitralne zakłócenie masy w kilku rejonach, co przy właściwym profilu ujawniało wolno zmieniające się odchylenia wielkości tych rejonów, następnie różne zakłócenia w hierarchii połączeń, a więc spłaszczenia (poszerzenie wspólnych przedziałów odległości), dodatkowe stopnie (podziały dotąd wspólnych przedziałów) i wreszcie, łączone z tym, zniekształcenia hierarchicznej kolejności rejonów i dostęp do otoczenia dodatkowo z kilku rejonów.

W zasadzie we wszystkich sprawdzonych przebiegach, charakter wykresu zbliżony do prawa Zipfa pojawiał się bardzo szybko i zdradzając pewne deformacje, jak lokalne uskoki i półki, lekka wypukłość, wykazywał bardzo dużą stabilność.

2.3.10. Sieć niehierarchiczna

Ponieważ wszystkie powyższe badania zachowań układu o sieci hierarchicznej postulowanego typu dały w sumie dowód silnego jej oddziaływania, mogło powstać pytanie o granice tej odporności. Dlatego zastąpiono 23 wiersze tabeli dostępności zapisem charakteryzującym zwykłą sieć połączeń transportowych (posłużono się rzeczywistą siecią międzyrejonową Bydgoszczy), tylko pierwszych 7 rejonów zachowało hierarchiczną budowę połączeń. Okazało się, że to nie wystarczy do zainicjowania procesu przywracania prostoliniowego kształtu wykresu. Implantowana sieć rejonów mimo wielu iteracji jest widoczna na wykresie jako chaotyczna chmura punktów zamazująca jednoznaczny profil i to przy różnych selektywnościach (ryc. 39).



Ryc. 39. Modelowanie w sieci dla 31 rejonów, w której tylko 7 pierwszych ma hierarchiczny wzorek kontaktów, resztę stanowi wmontowana sztucznie sieć odległości między rejonami Bydgoszczy

2.3.11. Wzrost liczebności źródeł i celów

Wreszcie na koniec dokonano próby modelowania przyrostu ogólnego ludności w układzie już uformowanym według prawa Zipfa. Zrobiono to zwiększając wartość p , gdyż odpowiada to sytuacji, gdy p nie zmienia się, a wzrasta liczba źródeł i celów. W kilku odmianach tabeli odległości przy $p = 0,00000015$ przypisanej albo wszystkim rejonom albo z łagodniejszą selektywnością dla rejonu 31. (otoczenia) wszędzie został zachowany profil wykresu Zipfa przy ogromnej stabilności.

2.3.12. Upośledzenie rejonów najniższych w hierarchii

Dodatkowa modyfikacja tabeli odległości tworząca odrębny przedział dla pięciu ostatnich rejonów, co nie daje im już takiego samego udziału w kontaktach, jak innym rejonom, likwiduje również „hokejowe” spłaszczenie końca wykresu – ostatnie rejonu obniżają się na nim znacznie, co jest widoczne na wykresach rzeczywistych.

W sumie z całej serii 12 typów modelowań można wyprowadzić wniosek, że dość znaczna liczba zakłóceń występujących jednocześnie, różny rodzaj tych zakłóceń, w tym niektóre drastyczne, nie niweczy zasadniczych rysów obrazu, który byłby produktem idealnego modelowego procesu generacji.

2.4. Układy złożone addywnie

Reasumując ten długi ciąg symulacji można stwierdzić, że struktura połączeń hierarchii narzucającej asymetryczną, kierunkową sekwencję penetracji prowadzi niemal zawsze, mimo zmienności warunków początkowych, do

szybkiego uformowania się charakterystycznego wykresu. Jest to wykres realizujący prawo Zipfa z małymi odchyleniami. Od tej chwili dalsze iteracje, a więc dalsze działanie tego samego mechanizmu przesyłania kontaktów nie wywołują zasadniczych zmian rozkładu wielkości, jeśli nie zastosuje się zbyt dużej wartości parametru selektywności.

Pod tym warunkiem można więc stwierdzić, że użyty w modelowaniu mechanizm wywołuje prawidłowość, którą określa prawo Zipfa z dokładnością nie mniejszą niż ta, jaką obserwuje się w rzeczywistych zbiorach miast w skali kraju lub dużego regionu.

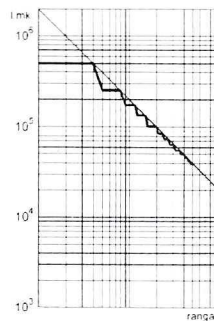
Funkcjonowanie tak rygorystycznego schematu połączeń może się wydać, nawet mimo uwzględnienia dość wielu zniekształceń mało prawdopodobne, jeżeli miałyby objąć całe, duże zbiory jednostek (miast), w których właśnie prawidłowość Zipfa najdokładniej się ujawnia. Nie jest to jednak konieczne.

Przedstawione i poddane badaniom układy są niezbyt liczne – 20 do 30 jednostek i takimi mogą pozostać. Duże rzeczywiste zbiory mogą bowiem składać się z pewnej liczby takich elementarnych podzbiorów, przejmując cechę ich rozkładów i replikując w większej skali dla całej sumy.

Wiadomo, że kraje odznaczające się zgodnością zbioru miast z prawem Zipfa zdradzają tę cechę również w swoich częściach, a więc w regionach, prowincjach, województwach (np. woj. opolskie w ramach równie regularnej całości Polski, lub Morawy w ramach byłej Czechosłowacji (Ryšavy 1972)).

Jest to możliwe, bo nawet dodawane do siebie identyczne rozkłady o odpowiednim nachyleniu wytwarzają co prawda „półki” kolejnych identycznych wielkości, ale półki te ulegają w skali logarytmicznej skróceniu w miarę wzrostu rangi, co pozwala utrzymać ogólne średnie nachylenie. W praktyce pewne różnice między wielkościami odpowiadającymi tym samym pierwotnym pozycjom kolejności (rangi) zacieraają uskoki i półki wykresu sumarycznego (ryc. 40).

Uzupełniając, w myśl tego, niniejszą hipotezę można przedstawić przykład posługujący się rezultatami serii omówionych wyżej symulacji.



Ryc. 40. Wykres kolejności-wielkości powstały ze scalenia czterech identycznych ciągów wielkości spełniających prawo Zipfa

Wybrano jedenaście wynikowych wykresów, które dotyczyły różnorodnych wariantów wstępnych uwarunkowań procesu prowadzącego w przyjętym mechanizmie do pojawienia się prawidłowości w typie prawa Zipfa. Warianty te dotyczyły zarówno 20-, jak i 30-rejonowych całości, te ostatnie w trzech przypadkach. Również w trzech wariantach otoczenie występowało jako dodatkowy rejon.

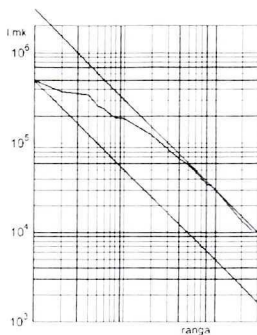
Trzy warianty operowały bez zakłóceń (tylko z różną liczbą rejonów lub z różną selektywnością), trzy miały początkowe zakłócenia masy celów/źródeł, a pięć wariantów różne zakłócenia w sieci połączeń. Selektywności użyte to $p = 0,0000001$, w jednym wariantcie $p = 0,0000005$ i w jednym $p = 0,0000007$ (oprócz selektywności otoczenia w odpowiednich wariantach). Wszystkie warianty produkowały rezultaty o dużej stabilności i w większości przypadków o względnie gładkim przebiegu zbliżonym do wzorcowego, według prawa Zipfa.

Tych jedenaście ciągów złożono w jedną całość i przeprowadziwszy powtórne rangowanie ułożono wykres wspólny zawierający 250 miast. Wykazał on cechy rozkładu kolejności-wielkości o nachyleniu mniejszym niż oczekiwane, na co musiały się złożyć oczywiste „niedoskonałości” składników. Dolna część wykresu dość dobrze pokrywała się z linią 135° (ryc. 41).

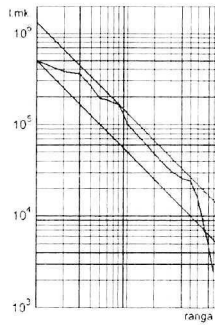
Inna mniejsza kombinacja, złożona tylko z czterech ciągów, tj. 90 miast, tworzyła rozkład znacznie bardziej zbliżający się do tego nachylenia (ryc. 42). Jednak wobec tej jedenastociągowej kompozycji można zgłosić także zastrzeżenie co do niezależności i rozłączności składowych rozkładów. Jeśli przyjąć, że są to niejako „sektorowe” ciągi związane z określonym typem działalności gospodarczej, to jest bardzo prawdopodobne, że zbiegają się one w tych samych większych ośrodkach angażując, każdy z osobna, tylko część ich potencjału.

Byłoby to zresztą zgodne z powszechnie znanym zjawiskiem uniwersalności i wielofunkcyjności wielkich miast i aglomeracji.

W związku z tym dokonano powtórnego sumowania tych jedenastu ciągów, tym razem postępując następująco. Założono, że trzy największe miasta układu są wspólne dla wszystkich ciągów.



Ryc. 41. Wykres kolejności-wielkości 250 „miast”, powstały ze scalenia jedenastu modelowych ciągów hierarchicznych, traktowanych rozdzielnie

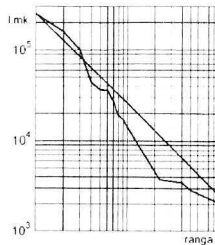


Ryc. 42. Wykres kolejności-wielkości 90 „miast”, powstały ze scalenia czterech modelowych ciągów hierarchicznych, traktowanych rozdzielnie

Oznacza to, że budulcem tych miast są wszystkie pierwsze i, odpowiednio, drugie i trzecie pozycje z każdego modelowania. Następnie, w podobny sposób, zagregowano kilka dalszych pozycji, z tym że czwartą i piątą pozycję tworzą sumy osiągniętej liczby celów w dwóch niezależnych grupach, a następnych sześć pozycji hierarchicznych powstało jako sumy zbudowane w niezależnych, rozłącznych trzech grupach wariantów (ryc. 43).

Odpowiada to jakby klasycznemu grupowaniu się w coraz większe podzespoły na kolejnych szczeblach hierarchii. Teraz wyniki, przy zredukowanej liczbie miast do 194 wykazały znacznie większe podobieństwo do teoretycznego przebiegu według prawa Zipfa oraz nachylenie w dużej części ostrzejsze niż 135° . Wykres ten charakterem przypomina rozkład kolejności-wielkości dla miast Ameryki Południowej (Pedersen 1971).

Można na tej podstawie wnioskować, że równie prawdopodobna jest pośrednia sytuacja, kiedy to przy nieco innej agregacji rozkład osiąga znacznie większą zgodność z prawem Zipfa.



Ryc. 43. Wykres kolejności-wielkości 194 „miast”, powstały ze scalenia jedenastu modelowych ciągów hierarchicznych (250 „miast”), w tym: trzy największe miasta wspólne dla wszystkich ciągów; miasta 4. i 5. wspólne dla sześciu ciągów; miasta 6. i 7. wspólne dla pięciu ciągów; miasta 8. wspólne dla czterech ciągów; miasta 9. wspólne dla czterech ciągów; miasta 10. wspólne dla trzech ciągów

Eksperyment ten można interpretować w kategoriach ilościowych w następujący sposób. Jedenaście ciągów modelowanych jednostek daje razem liczbę 11 000 000 celów i tę samą liczbę źródeł. Gdyby identyfikować każdą parę źródło – cel z mieszkańcem miasta, który jest „nadawcą” lub „odbiorcą” kontaktu, to mielibyśmy do czynienia z tą samą liczbą mieszkańców aktywnych zawodowo w całym złożonym układzie. Dodając rodziny (osoby nieaktywne zawodowo) otrzymalibyśmy ok. 25 000 000.

Byłaby to jednak tylko ludność miast i ewentualnie trzeba by liczbę tę zwiększyć o ok. 30%, otrzymując ok. 32 000 000, co jako ogólna liczba mieszkańców równałoby się rozmiarom ludności średniego państwa europejskiego.

Warto zwrócić uwagę na to, że selektywność, z jaką operowano w większości modelowań $p = 0,0000001$ w sumarycznej liczbie celów takiego „państwowego” zbioru gwarantuje zaspokojenie ok. 67% kontaktów. Reszta trafiałaby do jeszcze dalszego otoczenia, czyli za granicę. Mniejsze rozmiary otoczenia reprezentowane przez zaledwie 1 000 000 celów w tych składowych wariantach, gdzie było 21 lub 31 rejonów, dotyczyły tylko tych zewnętrznych celów, które wchodziły w bezpośredni zwrotny kontakt – reagowały kontaktami skierowanymi do układu. Można w nich widzieć obraz kooperacji bezpośredniej, co w tym przypadku lokowałoby je wewnątrz sumarycznego ciągu, a więc w obrębie „państwa”.

3. Prawo Zipfa w zbiorze miast i analogia leksykalna

Jedną z dziedzin, gdzie prawo Zipfa ma szczególnie wyraźne i często przytaczane znaczenie jest językoznawstwo. Prawo Zipfa, określane tam jako prawo Estoupa-Zipfa, dotyczy frekwencji wyrazów w tekstach. Stwierdza ono, że iloczyn rangi (kolejnego numeru na liście częstości) przysługującej danemu wyrazowi i liczby jego pojawień (w różnych formach gramatycznych) w tekście jest liczbą stałą, zależną od długości tekstu. Zależność ta bardzo dobrze potwierdza się niezależnie od rodzaju tekstu (od beletrystyki po prace naukowe) i języka. Autor prezentowanej pracy sporządził wiele takich wykresów dla tekstów w języku polskim według list frekwencyjnych opracowanych przez Instytut Języka Polskiego (1971-1977), a także dla prac z zakresu matematyki w języku angielskim według list frekwencyjnych (Hoffmann 1980). Widać, że istotnie poza kilkoma pierwszymi w hierarchii, najczęściej używanymi wyrazami, gdzie objawiają się zakłócenia gładkiej linii, reszta zbioru bardzo ściśle podporządkowuje się zasadzie. Konfrontując wykres z listą słów, której on odpowiada, można z łatwością stwierdzić, że im częściej pojawia się wyraz, tym bardziej ma on charakter ogólny, mniej konkretny, za to o funkcjach organizacyjnych w stosunku do konstruowanego zdania. Dlatego właśnie jest często używany, bo nadaje się lub wręcz jest niezbędny w wielu różnych sytuacjach. Wyrazy z drugiego końca

wykresu to słowa wiążące się z treściami bardzo konkretnymi o dużej wartości informacyjnej i właśnie dlatego o małym prawdopodobieństwie pojawienia się w dowolnym miejscu tekstu. Na przykład: pierwszych piętnaście słów z listy tekstów publicystyki (Lewicki i in. 1972) to: w, i, być, na, z, ten (ta, to), się, nie, do, on, to, że, o, który, a. Używając tylko tych słów trudno byłoby utworzyć zdania o użytecznej funkcji informacyjnej, gdyż kilka zaledwie sensownych kombinacji przyniosłoby niezwykle banalną treść. Z kolei sięgając daleko głębiej na liście frekwencyjnej np. na pozycji ok. 1300 (pozycje 1304-1360) znaleźlibyśmy m.in. wyrazy, takie jak: adres, cywilny, dokonany, egzamin, faktyczny, głosowanie, izba, jakże, katolicki, mało, nagroda, obywatelski, patriotyzm, reakcja, siedemdziesiąty (wybór po jednym słowie z każdej litery alfabetu spośród wyrazów o tej samej częstotliwości), a więc słowa bardzo konkretne. Nawet gdyby okazały się one przydatne jako budulec aktualnej informacji, to w tym zestawie zabrakłoby potrzebnych czasowników, a zwłaszcza przyimków, przysłówków, zaimków i spójników lokujących się, właśnie ze względu na swą nieodzowność, na czołowych, a w każdym razie bliższych początku pozycjach rangowych.

Ogólnie rzecz biorąc można stwierdzić, że aby utworzyć sensowny komunikat, trzeba posłużyć się wyrazami wybranymi z różnych miejsc rangowych listy, a więc i z różnych części wykresu. Odwracając to – różna częstość wynikowa wyrazów jest wywołana odmienną ich rolą w konstruowaniu ważnych zdań.

Przedstawiana dalej hipoteza co do pochodzenia regularności o charakterze prawa Zipfa w zbiorze miast, posługuje się pewną analogią do opisanego zjawiska lingwistycznego. Zakłada się bowiem, że ważnemu zdaniu w tekście odpowiada sensowna, skuteczna działalność gospodarcza lub społeczna. Musi ona również sięgać do pewnych konkretów (surowiec, wąski typ produkcji, określona grupa ludzi, specjalne walory miejsca itp.), jak i do pewnych bardziej uniwersalnych, ale też i niezbędnych elementów (źródła finansowania, inwestorzy, organizacja eksportu i importu, urzędnicy transportowe, instytucje administracyjne, ubezpieczenia, źródła energii itp.). Dopiero pewna sekwencja działań i tych bardziej jednostkowych, czasem wręcz unikalnych i tych powtarzalnych, a nawet standardowych zapewnia szansę powodzenia, kompletność i trwałość.

Omawiane doświadczenie modelowe dotyczyło 20- i 30-elementowych ciągów, które można właśnie interpretować jako odpowiednik zasobu „słów”, z których można tworzyć pewien typ „zdania”. W obrębie takiego ciągu może powstać wiele kombinacji i mogą one być także różną liczbę razy powtarzane. Jedną z możliwych interpretacji jest spojrzenie na każdorazowy rozdział kontaktów w określonej iteracji jako na pewien etap tworzenia wielu niezależnych „zdań”, tyłu, ile źródeł znajduje się w całym zbiorze. Następną iteracją to dodawanie dodatkowych słów w procesie budowy zdań, przy czym te nowe wyrazy mogą być dołączone tylko do tych, które zostały wybrane jako budulec w poprzednim kroku i tylko tyle razy, ile to się wtedy stało. Jeśli to dołączenie odpowiada modelowemu „ukończonemu kontaktowi”, to cały proces ma struk-

ture „przesunięcia ogólnego”, czyli przesunięcia źródeł i celów. Podobnie, przez dalszą analogię można to widzieć jako postępującą z iteracji na iterację generację łańcucha działań gospodarczo-społecznych, angażujących coraz dalsze ogniwa urzędów i instytucji obsługiwanych przez mieszkańców poszczególnych konkretnych miast. Przyjmuje się również, że tak w jednym, jak i drugim przykładzie pewne predyspozycje do pełnienia w zdaniu lub działalności gospodarczo-społecznej funkcji bardziej ogólnych, uniwersalnych i organizacyjnych lub bardziej jednostkowych i konkretnych są z góry zadane. Dzieje się to za sprawą tabeli wzajemnych odległości, której hierarchiczny charakter różnicuje z góry prawdopodobieństwa akceptacji kontaktów w różnych elementach układu. Na szczycie tej hierarchii, a więc rozpatrywane w pierwszej kolejności jako potencjalny cel stoją siedziby takich organizacji, instytucji lub przedsiębiorstw, których włączenie jest przydatne, a czasem wręcz niezbędne do zorganizowania całości przedsięwzięcia (jak np. zabezpieczenie zbytu, eksportu, finansowania, ubezpieczenia itp.). Różne typy zdań łączące wiele jednostkowych zdań łączą się razem w większe teksty. W podobny sposób różne typy działań angażujących ludność (lub przynajmniej tzw. egzogeniczną frakcję ludności) miast składają się razem na całość funkcjonowania zbioru miast. W prezentowanym modelowaniu odpowiada to sumowaniu wyników dla kilku lub kilkunastu ciągów 20- i 30-elementowych w różny sposób uwzględniających ich wzajemne przeplatania. Efekt może, jak widać, realizować z większymi lub mniejszymi odchyleniami prawo Zipfa, z tym mniejszymi im bardziej zbliżone do ideału są rozkłady kolejności-wielkości dla poszczególnych ciągów.

Reasumując: po rewolucji przemysłowej, a zwłaszcza w sytuacji obecnego rozwoju środków transportu i w ogóle komunikacji oraz globalizacji gospodarki, polityki i kultury normalny jest udział różnych współdziałających, a wysoko wyspecjalizowanych podmiotów w kształtowaniu efektów działań gospodarczo-społecznych. Zróżnicowana skala uniwersalności i unikalności ofert stwarza hierarchiczny schemat potencjalnych sprzężeń tych podmiotów. Jeśli bardzo znaczny procent takich sprzężeń musi być skierowany do bardzo obszernego zbioru potencjalnych ich zakończeń, aby zapewnić sobie wystarczające prawdopodobieństwo takiego powiązania, to oznacza to nic innego, jak bardzo wielkie zróżnicowanie, a zarazem integrację systemu cywilizacyjnego. Właśnie taki bardzo selektywny przepływ tych sprzężeń-kontaktów, który tylko częściowo wysyca się w źródłowym regionie tworzy charakterystyczny rozkład ilościowy tych zakończeń.

Ten szeroki przepływ może oznaczać albo wnikanie w dalekie otoczenie (inne regiony, kraje, a nawet kontynenty) albo wielokrotną cyrkulację we własnym układzie. Ta druga interpretacja zdaje się korespondować z tym, że istnieje związek między liczbą iteracji, które prowadzą do najbardziej zgodnych z prawem Zipfa (a zarazem często już dość stabilnych) rozkładów a rozmiarami frakcji, która przy danej selektywności kontaktów nie może być zaspokojona

we własnym układzie. To, ile razy w tej frakcji mieści się frakcja kontaktów w nim ukończonych zbliża się do liczby iteracji.

To, ile razy zasób potencjalnych celów zapewniający dopiero prawie całkowite wygaśnięcie strumienia kontaktów, przewyższa liczbę celów w układzie, zbliża się do liczby iteracji, może sugerować, że tyle razy następuje powtórna cyrkulacyjna penetracja.

4. Prawo Zipfa a dwoistość funkcji miasta i jego aktywnego zaludnienia

Zróznicowana frekwencja kontaktów, które odpowiadają zawsze jakimś działaniom, musi angażować podobnie zróżnicowaną, a więc odpowiadającą swoim rozkładom, kadre osobową. Pozwala to wytłumaczyć, zgodne z prawem Zipfa, wzajemne relacje wielkości miast. Rozumowanie takie można, i zapewne należy, odnosić tylko do pewnej frakcji zawodowo czynnej ludności miejskiej, którą można empirycznie wyznaczyć na podstawie położenia punktu na wykresie (w skali podwójnie logarytmicznej), w którym mniej więcej prosty przebieg krzywej gwałtownie się załamuje. Działanie reguły ogranicza się do części populacji całego zbioru ludności tych miast. Sumowanie się bowiem na wykresie (na osi wielkości miast) tych wartości, które budują górny trójkąt prostokątny oraz wartości, które budują jakby cokół o wysokości punktu załamania prostej, można interpretować jako iloczyn dwóch wartości (suma logarytmów liczb odpowiada logarytmowi ich iloczynu). Wśród tych dwóch wartości jedna jest stała (cokół), druga zaś zmienna (trójkąt). Można więc wyrazić przypuszczenie, że pewna frakcja ludności, nazwijmy ją systemotwórczą, różnicuje wielkości miast w systemie. Ludność ta wspomagana jest przez drugą frakcję, która występuje zawsze proporcjonalnie do frakcji pierwszej w pewnym stałym do niej stosunku. W tej partii miast, gdzie praktycznie frakcja systemotwórcza już nie występuje, frakcja pomocnicza traci jakby swoją główną rację bytu i załamuje się tworząc szczątkowe skupienia (względnie dopiero załączkowe) ludności. Mogło by to np. oznaczać, że na liczbę mieszkańców milionowego miasta składa się ok. 2000 osób biorących udział w kształtowaniu się międzymiejskiej systemowej kooperacji opisanego wyżej typu, a na każdą osobę o tej funkcji przypada ok. 500 innych mających zadania wewnętrznej obsługi funkcjonowania miasta, a także tych nie biorących w ogóle udziału w życiu zawodowym (zwłaszcza ze względu na wiek). Odpowiadałoby to klasycznemu podziałowi ludności miasta na tzw. bazową i usługową lub, inaczej, na zatrudnienie egzogeniczne i endogeniczne. Nawet przyjęcie innego stosunku, np., jak 1:1 dla udziału tej „systemotwórczej” frakcji, znaczyłoby (przy dodatkowym odliczeniu ok. 50% ludności nieczynnej zawodowo), że w milionowym mieście chodziłoby tylko o ok. 250 000 osób.

„Mocna” wersja prawa Zipfa, zakładająca, że istnieje pewien dolny próg wielkości ograniczający od dołu rozmiary ostatniej jednostki w rozkładzie kolejności-wielkości automatycznie uzależnia liczebność zbioru od wielkości pierwszej jednostki. Przy ograniczeniu równym 500 mieszkańców ma to swój skutek jako limit górny mieszkańców dla miasta pierwszego, jeżeli zachowany jest idealny rozkład: $P_j = P_1/j$ oraz jeżeli ustalona jest liczba miast w układzie równa n . Wtedy:

$$P_1 = P_n \times n$$

i dla zbioru (np. państwa) liczącego 800 miast, (podobnie jak w przypadku Polski, gdzie jest ich 860) otrzymamy $P_1 = 500 \times 800 = 400\,000$ osób. Można jednak przy tej samej dolnej granicy, rozumianej jako liczba osób zamieszkujących miasto przypadająca na jednego osobnika włączonego do systemotwórczego mechanizmu założyć, że prawdziwe minimum dla funkcjonowania miasta musi osiągać pewną wartość krytyczną frakcji systemotwórczej, np. minimalnie 5 osób. Teraz rachunek zmieni się: 5×500 daje jako najmniejsze, zdolne do utrzymania się w zbiorze miast, skupienie 2500 ludzi, a w ślad za tym przy 800-elementowym zbiorze miast dyktuje to maksymalną wielkość miasta pierwszego 2 000 000. Odpowiada to w przybliżeniu rzeczywistej sytuacji Polski, gdy uzna się, że aglomeracja warszawska zbliża się do 2 000 000, najmniejsze polskie miasto (Wyśmierzyce) liczy 880 mieszkańców, miast poniżej 2500 mieszkańców jest 82, a mniejszych niż 2000 mieszkańców już tylko 43 (Bagiński 1998).

Oczywiście są to tylko czysto teoretyczne oceny o wyidealizowanej czystości wszelkich relacji, które można by jednak weryfikować przynajmniej w grubych zarysach prowadząc odpowiednie badania rzeczywistych powiązań i uzależnień w zbiorze miast.

5. Wnioski

Przeprowadzono dwa niezależne eksperymenty, których wspólną cechą było poszukiwanie określonych stanów równowagi w zakresie wymiany kontaktów między rejonami utożsamianymi z miastami regionu lub kraju. W obu przypadkach kontakty symulowano, używając modelu przesunięcia celów i źródeł, realizującego mechanizm „pośrednich możliwości”.

Zarówno arbitralnie wprowadzone zakłócenie w postaci zadanego z góry znacznego skupienia źródeł i celów o mimośrodowej lokalizacji, jak i zastąpienie przestrzennie rozumianych wzajemnych dostępności rejonów ich hierarchicznym liniowym uporządkowaniem, wywoływało rozkład koncentracji celów i źródeł zbliżony lub prawie identyczny z idealnym rozkładem według prawa Zipfa.

Wydaje się, że można na tej podstawie zaproponować następującą interpretację pojawiania się rozkładu:

1. Asymetria położenia stolic regionów może silnie wpływać, nawet w przypadku bardzo regularnych sieci komunikacyjnych, na pojawienie się specyficznego uporządkowania wielkości miast.
2. Może to wstępnie konstituować układ priorytetów odgrywających rolę w sposobie pojawiania się kontaktów ważnych dla rozwoju i egzystencji struktur gospodarczo-społecznych, kiedy bariera fizycznej odległości jest mniej ważna. Bardzo prosty „łańcuch hierarchiczny”, którego działanie jest inne „w górę” hierarchii, inne zaś „w dół”, można porównać ze strukturą zdań języka, ale i z funkcjonowaniem (tworzeniem się i trwaniem) inicjatyw gospodarczych i społecznych.
3. Układy powiązane taką hierarchią wytwarzają, nawet w sytuacji jednakowych mas na wejściu, wyraźny rozkład wielkości według prawa Zipfa, jeśli są systemami o bardzo dużym stopniu otwarcia, tj., kiedy przeważająca część kontaktów adresowana jest poza układ, a jedynie przepływając przez niego wymaga obsługi, czyli pewnej liczby mieszkańców.
4. Zróżnicowanie liczby mieszkańców miast w łańcuchu hierarchicznym wynika ze zróżnicowania liczby zakończonych (i przekazywanych dalej) kontaktów, które trzeba obsłużyć. Kontakty są rozumiane szeroko jako napływ i przepływ wytworzonych dóbr podlegających dalszej „obróbce” (np. surowce, półfabrykaty, produkty gotowe, które trzeba sprzedać lub wyeksportować, studenci, których trzeba wykształcić, absolwenci, których trzeba ulokować na posadach, kredyty, które trzeba uzyskać i pożyczki, które trzeba spłacić, zezwolenia, które trzeba uzyskać itd.).
5. Systemy te są w znacznym stopniu odporne w zakresie zdolności wywołania rozkładu Zipfa na zakłócenia (rozszczerzenia, spłaszczenia i przetasowania łańcucha hierarchii, a także na wytrącenia i zanik poszczególnych rejonów).
6. Ponieważ złożenie (połączenie) dowolnej liczby układów zipfowskich też spełnia warunki rozkładu Zipfa (choć mogą się tworzyć „półki”), to układ, który budowany jest przez sumę „zipfowskich” podukładów też jest zipfowski, a to, że składowe podukłady nie są identyczne w wynikowym układzie sprawia, że zamiast wyraźnych „pólek” występują tylko lokalne zakłócenia nachylenia odcinków zasadniczej linii wykresu.
7. Niezależne wyłanianie się i wzrost składowych podukładów tłumaczy zachowanie rozkładu Zipfa mimo znacznych zmian pozycji rangowej w układzie. Tworzenie nowych i wzrost ilościowy starych podukładów, dopóki nie anuluje swojego lokalnego rozkładu Zipfa, nie niszczy również zipfowskiego charakteru całości.

Aby potwierdzić w pełni tę hipotezę, należy przeprowadzić badania rzeczywistych zasięgów oraz wzajemnych warunków kontaktów nieodzownych do stworzenia i kontynuowania całościowych działań gospodarczych, kulturalnych, oświatowych, informacyjnych i administracyjno-organizacyjnych.

Literatura

- Bagiński E., 1998, *Małe miasta w strukturze osiedleńczej Polski*. Wrocław, tab.1.
- Chandler T., Fox G., 1974, *3000 Years of Urban Growth*. Academic Press.
- Dobrowolski M. 1977, *Ocena przydatności reguły wielkości i kolejności w testowaniu doboru modeli symulacyjnych obliczeń prognostycznych oraz przyczynek do jej interpretacji*. Praca doktorska. Politechnika Wroclawska.
- Ehsin S., 1994, *Symulacja modelowa oraz próba prognozy rozwoju urbanizacji Iraku*. Praca doktorska. Politechnika Wroclawska.
- Hoffmann L., 1980, *Fachwortschatz Mathematik*. Lipsk.
- Jones B. G., Lewis B. D., 1990, *The Four Basic Properties of Rank-Size Hierarchical Relationships: Their Characteristics and Interrelationships*. Papers of the Regional Science Association, t. 68.
- Lewicki A., Masłowski W., Sambor J., Woronczak J., 1972, *Słownictwo współczesnej publicystyki polskiej*. Instytut Badań Literackich PAN.
- Lösch A., 1944, *Die räumliche Ordnung der Wirtschaft*. Wyd. 3, Stuttgart 1962.
- Pedersen P. O., 1971, *Urban-Regional Development in South America. A Process of Diffusion and Integration*, t. 1.
- Prigogine I., Stengers I., 1990, *Z chaosu ku porządkowi*. PIW.
- Ryšavy Z., 1972, *Modely vertikálního uspořádání sídel st. VUVA–Praha*.
- Touma G., 1992, *Próba modelowego wyjaśnienia współzależności rozwoju sieci komunikacyjnej i koncentracji osadnictwa we wschodniej części Morza Śródziemnego*. Praca doktorska, Politechnika Wroclawska.
- Zipser T. et al., 1980, *Analiza i ocena alternatywnych modeli docelowych systemu osadniczego. Zagadnienia projekcji przestrzeni społeczno-ekonomicznej (etap III)*. Raporty Politechniki Wroclawskiej, Wrocław.
- Zipser T., Brzuchowska J., Litwińska E., 1993, *Miejsce Polski w transeuropejskich sieciach komunikacyjnych*, [w:] *Zmiany strukturalne w Polsce: diagnoza, analiza, perspektywy*, J. Waszkiewicz (red.). Seria Zgadywanie teraźniejszości, s 110-121.